Vernier, palmer et autres astuces pour augmenter la précision d'une mesure

par **Alain LE RILLE**
Lycée Saint-Louis - 75006 Paris
alain.lerille@yahoo.fr

ON PRÉSENTE DANS CET ARTICLE l'histoire, le principe et l'utilisation de divers dispositifs augmentant la précision de mesures de longueurs et d'angles. Certains (vernier et palmer) sont encore utilisés, d'autres (règle à échelle transverse et nonius) ont été oubliés.

INTRODUCTION

Tout comme dans le cas de la mesure d'une longueur avec un double décimètre ou un mètre-ruban, de nombreux *mesurages* (le terme métrologique consacré[(1)]) reviennent à déterminer la position d'un objet le long d'une règle graduée. Estimer une température, par exemple, cela revient souvent à repérer la surface libre d'un liquide qui se dilate dans un tube. De même, avant le développement de l'électronique et l'apparition des affichages digitaux, les voltmètres et ampèremètres étaient à cadran et la mesure des grandeurs électriques revenait à déterminer la position d'une aiguille à l'aide des graduations présentes.

Ainsi, on ne s'étonnera pas que l'histoire de la physique fourmille d'astuces techniques dont le but était l'augmentation de la précision de la mesure en utilisant une (ou plusieurs) règle(s) graduée(s). Cet article se propose de présenter quelques-uns de ces dispositifs, parfois encore utilisés.

1. MESURES D'ANGLES ET DE LONGUEURS : REPÉRER UNE POSITION À L'AIDE DE GRADUATIONS

Commençons par présenter différentes méthodes qui ont été mises en œuvre au cours des siècles pour mesurer des angles.

1.1. Bâton de Jacob

Le bâton de Jacob, également appelé bâton gradué, rayon astronomique, croix

(1) Vocabulaire international de mesure : https://www.bipm.org/fr/committees/jc/jcgm/publications et https://metrologie-francaise.lne.fr/fr/metrologie/quest-ce-que-la-metrologie

géométrique, arbalestrille ou arbalète, a été un des premiers dispositifs de mesurage d'angles. Il est constitué d'un long bâton droit gradué, la *flèche*, et d'un autre morceau de bois, le *marteau*, plus court, perpendiculaire à la flèche et coulissant sur elle (cf. figure 1). En positionnant une extrémité de la flèche à son œil, l'expérimentateur déplace sur cette même flèche le marteau jusqu'à ce que les bords de ce dernier soient alignés avec les deux directions visées. La mesure de l'angle formé par ces deux directions est alors donnée par un calcul trigonométrique : si d est la distance du marteau à l'œil, et a la longueur du marteau, l'angle α entre les deux directions visées vérifie $\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{a}{2d}$.

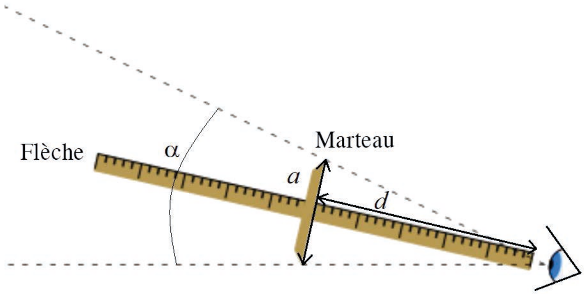

Figure 1 - Utilisation du bâton de Jacob.

Un *kamal* est un appareil sensiblement identique au bâton de Jacob, pour lequel le marteau est remplacé par une plaque de bois et la flèche par une ficelle dont on mesure la longueur tendue entre l'œil et la plaque. Kamal ou bâton de Jacob nécessitent l'utilisation de tables où sont consignées pour des mesures de longueur effectuées leurs traductions en angle (grâce à la formule trigonométrique précédente).

1.2. Limbe gradué

Comparativement au bâton de Jacob, la détermination d'un angle est facilitée par une lecture directe de graduations sur un *limbe* (cf. figure 2, page ci-contre). Le limbe est le bord d'un cercle gradué régulièrement (en 360° par exemple), la longueur d'un arc étant directement proportionnelle à l'angle relatif. Il peut s'agir de la totalité d'un cercle (sur un astrolabe, sur un astrolabe nautique, sur un goniomètre) ou d'une portion de cercle (sur un sextant où le limbe ne fait qu'un sixième de cercle, sur un quadrant : un quart de cercle, sur un octant : un huitième de cercle, sur un quartier de Davis ou quartier anglais : composé d'un arc de cercle supérieur de 60° et d'un autre inférieur de 30°, soit 90° au total, sur un graphomètre : demi-cercle) [1].

1.3. Règle

Ainsi, les mesures d'angle peuvent aisément se réduire à des mesures de longueur.

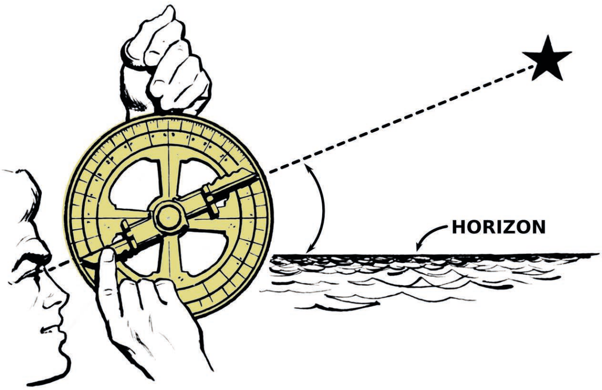

Figure 2 - Mesure d'un angle grâce au limbe d'un astrolabe
(source : Pearson Scott Foresman).

Rappelons des évidences : « mesurer, c'est comparer », dit le laboratoire de métrologie (cf. note 1). Mesurer la longueur DF d'un objet revient à la comparer à une longueur connue. Il s'agit par exemple de faire coïncider la première extrémité D de cet objet avec le bord O (la graduation zéro) d'une règle (R). La seconde extrémité F de cet objet se trouvera le plus souvent entre deux graduations successives (notées par la suite A et B) sur la règle (R). La règle est constituée de graduations régulièrement espacées de la distance u_0, connue. Ainsi, si A correspond à la $n^{\text{ième}}$ graduation (et donc B à la $n+1^{\text{ième}}$ graduation), comme $OA < DF < OB$, on en déduira que $n\,u_0 < DF < (n+1)\,u_0$ (cf. figure 3).

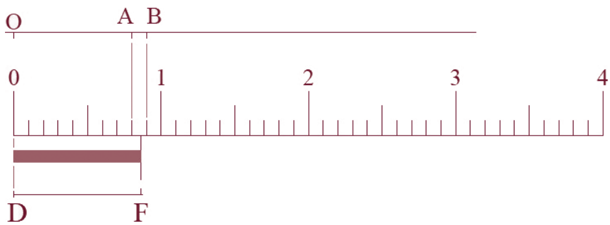

Figure 3 - Grâce à la règle (R) dont les graduations sont éloignées d'un millimètre (u_0 = 1 mm), on peut dire que $OA < DF < OB$, soit 8 mm < DF < 9 mm.

La limitation de la précision de la mesure de DF (la *mesurande* (cf. note 1)) est fixée par l'intervalle entre deux graduations $\Delta = 1\,u$. En faisant l'hypothèse que toutes les valeurs à l'intérieur de l'intervalle entre deux graduations sont équiprobables, l'incertitude type associée à la mesure est : $u(DF) = \Delta / \sqrt{3}$ [2]. L'estimation de cette incertitude peut se faire grâce à une simulation de type Monte-Carlo comme proposé dans les nouveaux programmes de CPGE [3-4].

2. ANCÊTRES DU VERNIER

S'il est difficile de représenter sur une règle des graduations plus rapprochées que ce qu'elles ne sont, nous allons voir qu'il est cependant possible d'améliorer la précision de la mesure à l'aide de dispositifs astucieux qui viennent compléter cette règle.

2.1. Règle à échelles transverses

Commençons par la règle à échelles transverses (ou à lignes diagonales ou encore à lignes obliques). Celle-ci est constituée d'une règle (R) horizontale à laquelle on ajoute une règle (R′) graduée verticalement (cf. figure 4).

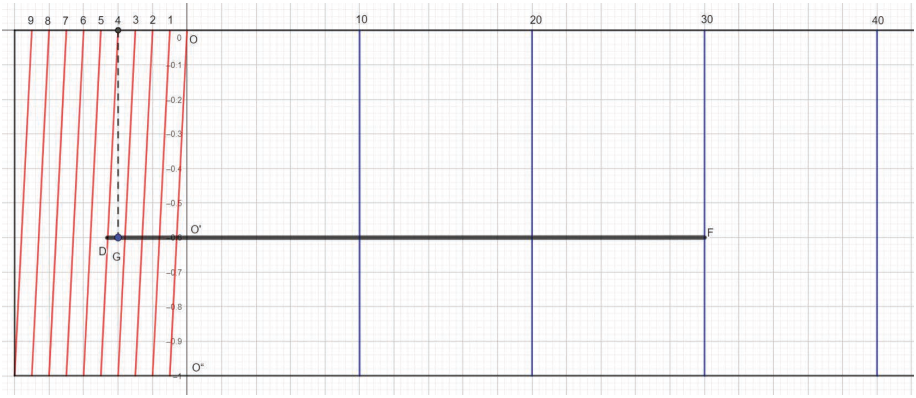

Figure 4 - Règle transverse : en bleu les graduations horizontales de la règle (u_0 = 10 mm). En rouge, les lignes obliques (dix diagonales avec des graduations horizontales tous les u'_0 = 1 mm et des graduations verticales d'échelle u''_0). Ici, $n=3$, $n'=4$, $n''=6$ et $N=10$, soit DF = 34,6 mm. Grâce aux diagonales, la mesure est dix fois plus précise que si la règle (R) était seule.

Dans une partie de la règle (R), à droite de son point origine O, se trouvent des lignes verticales régulièrement espacées de u_0. L'autre partie de (R), à gauche de son point origine O, croise des lignes diagonales en des points régulièrement espacés d'une distance u'_0. La règle verticale (R′) a N graduations écartées de u''_0 de O à O″ : $OO''=N\,u''_0$.

Pour effectuer la mesure de la longueur DF, il s'agit de positionner DF (ou un compas de même longueur) horizontalement de telle sorte que :

- F corresponde à une graduation verticale de (R), disons la $n^{\text{ième}}$;
- D corresponde à une des diagonales, disons la $n'^{\text{ième}}$.

Notons O′, la projection verticale de O sur DF. Ainsi, $O'F=n\,u_0$. Notons G, la projection verticale de l'intersection de la $n'^{\text{ième}}$ diagonale avec (R). Ainsi, $GO'=n'\,u'_0$. O′ correspond à la $n''^{\text{ième}}$ graduation de (R′) : $OO'=n''\,u''_0$. Ainsi, $DG/u'_0=OO'/OO''$

puisqu'il s'agit d'une diagonale, ce qui donne $DG = (n''/N) \times u'_0$. On en déduit la mesure :

$$DF = DG + GO' + O'F + GO' + DG = n\,u_0 + (n' + n''/N) \times u'_0.$$

Par rapport à une simple règle (R) graduée tous les u'_0, ce dispositif à échelle transverse permet une amélioration de la précision.

On trouve des lignes obliques depuis le XVII[e] siècle dans des boîtes de compas pour la navigation et sur les *échelles de Gunter* ou *règles logarithmiques* [5]. Ces dispositifs, inventés en 1620 par Edmund Gunter (1581-1626), sont les ancêtres de la *règle à calcul*. Ils nécessitaient l'usage d'un compas pour reporter les données.

2.2. Nonius

Un autre dispositif, le *nonius*, permettait d'améliorer la précision de mesure d'un angle. Il s'agit d'un limbe constitué de plusieurs règles circulaires concentriques graduées. Chaque cercle C_k a une division de moins que le cercle extérieur adjacent C_{k+1} : plus le rayon de la règle est grand, plus il se trouve de place pour y positionner ses graduations. Ainsi, le quadrant C_{90} comprend quatre-vingt-dix divisions égales, le cercle qui lui est le plus proche à l'intérieur (C_{89}) a quatre-vingt-neuf divisions, le suivant (C_{88}) en a quatre-vingt-huit et ainsi de suite (cf. figure 5). La distance angulaire entre deux graduations sur le cercle C_k est donc $u_k = 90°/k$.

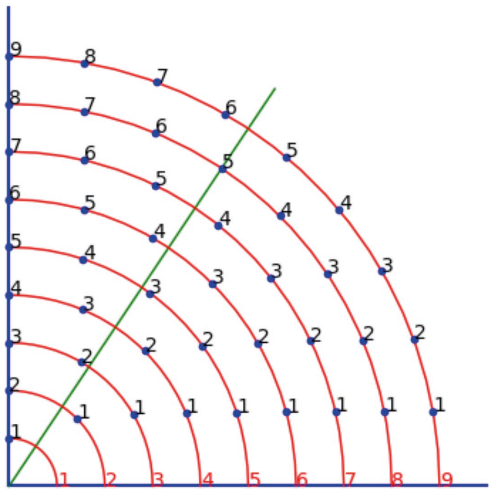

Figure 5 - Principe du nonius. Ici, la direction repérée en vert croise le cinquième point (n = 5) du huitième cercle (k = 8), soit α = 56,25°.

La mesure de l'angle α repérant la direction pointée par une alidade revient à noter la correspondance de cette alidade parmi toutes les divisions avec une des graduations (la $n^{\text{ième}}$ du cercle C_k). Aussi $\alpha = n\,\mathrm{u}_k = (n/k)\times 90°$. Pour éviter des calculs fastidieux, un tableau devait être consulté pour déduire la valeur de mesure α.

Le nonius a été créé en 1542. Il a été nommé en l'honneur de son inventeur, le Portugais Pedro Nunez (1492-1377), en latin *Petrus Nonius* [6]. Il a été utilisé par l'astronome Tycho Brahe pour des mesures sur quadrant astronomique.

3. VERNIER

Le *vernier* a été inventé par Pierre Vernier en 1631 [6]. Initialement prévue pour mesurer des angles, son utilisation a été étendue à la mesure des longueurs (cf. figure 6).

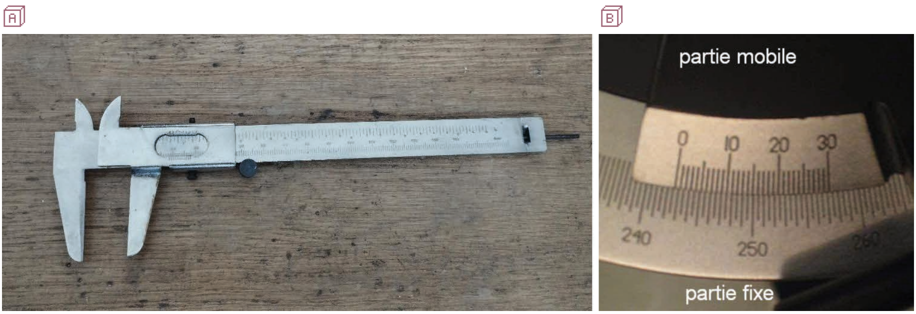

Figure 6 - A Un vernier linéaire sur un pied à coulisse, B Un vernier angulaire sur un goniomètre.

3.1. Constitution d'un vernier

Un vernier est constitué (cf. figure 7) :

- d'une « règle » principale fixe, notée par la suite (R), dont les unités seront notées u_0, deux graduations successives étant donc éloignées de $1\,\mathrm{u}_0$;
- d'une règle secondaire mobile, notée (R′) dont les unités seront notées u'_0.

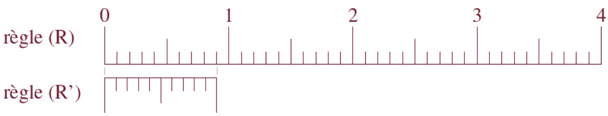

Figure 7 - Vernier. Ici u_0, l'unité de (R) est le millimètre. On voit que $k=9$ et $k'=10$. Puisque $k'>k$, l'intervalle qui sépare deux graduations successives est plus grand sur (R) que sur (R′) : $\mathrm{u}_0 = (k'/k)\times \mathrm{u}'_0 > \mathrm{u}'_0$

Sur un vernier, les unités u_0 et u'_0 ne sont pas indépendantes : il existe deux entiers k et k' avec $k'>k$ tels que $k\,\mathrm{u}_0 = k'\,\mathrm{u}'_0$.

3.2. Principe de la mesure avec un vernier

Pour mesurer la longueur DF d'un objet, on fait maintenant coïncider les extrémités (cf. figure 8) [7]:

- D avec l'origine O de la règle fixe (R) ;
- F avec l'origine de la règle mobile (R′).

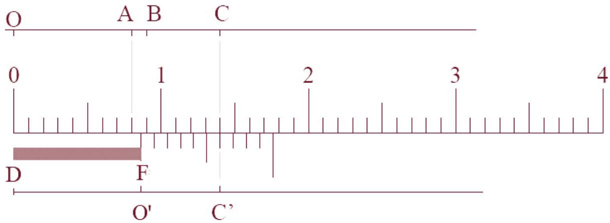

Figure 8 - Ici $n=8$ sur la règle fixe (R), et $n'=6$ sur la règle mobile (R′).
On en déduit : $\mathrm{DF}=(8=6/10)=8{,}6\,\mathrm{mm}$.
Grâce au vernier, la mesure est dix fois plus précise que si la règle (R) était seule.

A est la première graduation de (R) telle que $\mathrm{OA} \leqslant \mathrm{DF}$. On note n le nombre d'unités sur la règle fixe comptées depuis l'extrémité jusqu'en A : $\mathrm{OA}=n\,\mathrm{u}_0$.

Notons C′, la graduation de la règle mobile (R′) qui coïncide avec un des traits de la règle fixe (R), noté C. n' est alors le nombre d'unités sur la règle mobile (R′) depuis O′ jusqu'à C′ : $\mathrm{O'C'}=n'\,\mathrm{u}'_0$. C'est aussi le nombre d'unités pour la règle fixe (R) depuis A jusqu'à C : $\mathrm{AC}=n'\,\mathrm{u}_0$. En exprimant $\mathrm{OC}=\mathrm{OA}+\mathrm{AC}=\mathrm{DF}+\mathrm{O'C'}$ on trouve donc :

$$\mathrm{DF}=\mathrm{OA}+\mathrm{AC}-\mathrm{O'C'}=n\,\mathrm{u}_0+n'(\mathrm{u}_0-\mathrm{u}'_0)=\left(n+n'\times(k'-k)/k'\right)\times\mathrm{u}_0 .$$

4. PALMER

Un autre dispositif perdure, confondu souvent avec le vernier : il s'agit du *palmer*. Jean-Laurent Palmer (1811-1850) était un fabricant de règles qui adapta le principe du vernier à un dispositif breveté en 1848, qui a pris depuis le nom de son inventeur(2).

4.1. Constitution d'un palmer

Un palmer est constitué (cf. figure 9, page ci-après) :

- d'un « corps » avec une règle principale fixe, rectiligne selon la « ligne de foi », règle notée par la suite (R), dont les unités seront notées u_0, deux graduations successives étant donc éloignées de $1\,\mathrm{u}_0$. Le corps est parfois solidaire d'une « touche fixe » ;

(2) https://bibnum.explore.psl.eu/s/psl/ark:/18469/1qg3s

- d'une «touche mobile» solidaire d'un «tambour» qui est gradué avec une règle secondaire mobile, circulaire, notée (R′) dont les N' unités seront notées u'_0.

Le tambour et la touche mobile constituent un solide en rotation par rapport au corps, dans une liaison hélicoïdale. Une rotation d'un tour du tambour (soit $N'\ u'_0$) correspond à une translation de celui-ci de $1\,u_0$ le long du corps. Ainsi, les unités u_0 et u'_0 ne sont pas indépendantes : $1\,u_0 = N'\,u'_0$.

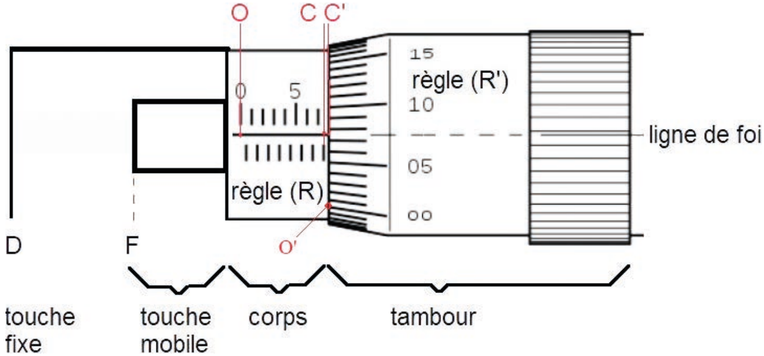

Figure 9 - Palmer. Ici $1u_0 = 0,5$ mm sur la règle fixe (R). La règle mobile (R′) compte $N = 50$ divisions. Ainsi, $1u'_0 = 0,5\text{ mm}/50 = 0,01\text{ mm}$. On lit $n = 15$ sur (R) et $7 < n' < 8$ sur (R′). On en déduit :
$DF > 15u_0 + 7u'_0 = 7,5\text{ mm} + 7\times 0,01\text{ mm} = 7,57$ mm ;
$DF < 15u_0 + 8u'_0 = 7,5\text{ mm} + 8\times 0,01\text{ mm} = 7,58$ mm.
Grâce au palmer, la mesure est ici cinquante fois plus précise que si la règle (R) était seule.

4.2. Principe de la mesure avec un palmer

Pour mesurer la longueur DF d'un objet, on fait coïncider les extrémités :

- D avec la touche fixe ;
- F avec la touche mobile (cf. figure 9).

C est la dernière graduation de (R) visible. On note n le nombre d'unités sur la règle fixe comptées depuis l'extrémité O jusqu'en C : $OC = n\,u_0$. Notons C′ l'endroit de la ligne de foi de la règle fixe (R) qui coïncide avec la règle mobile (R′). n' est le nombre d'unités sur la règle mobile (R′) depuis son origine O′ : $O'C' = n'\,u'_0$.

Le palmer est conçu de telle sorte que, si $DF = 0$, $n = n' = 0$, c'est-à-dire que O, C, C′ et O′ coïncident alors. Ainsi, $DF = OC' = OC + O'C' = n\,u_0 + n'\,u'_0$.

4.3. Exemples d'utilisations d'un palmer

On retrouve un palmer par exemple (cf. figure 10, page ci-contre) :

- sur un micromètre [8] qui permet, comme le pied à coulisse, de mesurer la longueur d'un objet DF ;

- sur les vis de chariotage d'éléments (miroirs en particulier) constitutifs d'instruments optiques (comme l'interféromètre de Michelson). L'indication du palmer permet alors de repérer la translation de cet élément sans qu'il n'y ait de touche fixe, cette dernière (non matérialisée donc) se trouverait à l'endroit de la touche mobile dans le cas où la mesure donnerait 0.

A
B

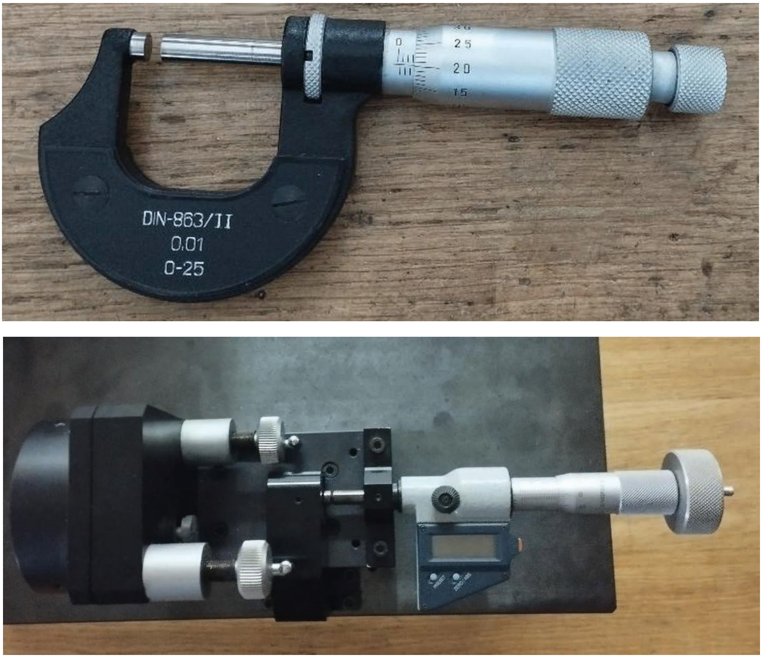

Figure 10 - A Palmer utilisé sur un micromètre et B pour le chariotage du miroir d'un interféromètre de Michelson.

CONCLUSION

Au-delà des dispositifs précédemment présentés, il est loisible d'imaginer d'autres améliorations possibles encore de la précision de la mesure. Ainsi, certains ont adjoint un palmer à… un autre palmer [9] !

Face aux questions posées par les élèves lors de l'utilisation d'un palmer ou d'un vernier en travaux pratiques, plusieurs types de réponses semblent possibles. Une première approche consiste à *donner* les règles de lecture («fais comme ceci»). Les enseignants savent qu'une telle réponse est bien souvent insuffisante. Nous venons de voir d'autres approches. L'une consiste à décrypter le principe de tels instruments («voici pourquoi cela fonctionne comme cela »). Une autre consiste à accéder *via* l'histoire des sciences aux progrès des instruments de mesure [10].

La dernière option, qui n'a pas été développée dans ce qui précède, serait d'étudier palmer et vernier en tant qu'instruments technologiques (« réalise un tel dispositif ») [11-12] pour mieux se les approprier.

BIBLIOGRAPHIE ET NETOGRAPHIE

[1] M. Daumas, *Les instruments scientifiques aux XVII^e^ et XVIII^e^ siècles*, Paris : Presses Universitaires de France, 1953.

[2] D. Barchiesi, « Incertitudes de mesure : une approche normative », *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, vol. 98 n° 864, p. 653-661 mai 2004.

[3] BO sur les programmes de seconde année PC, Arrêté du 13 juillet 2021, JO du 5 août 2021 :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/31/23/0/ensecsup703_annexes_1417230.pdf

[4] S. Gazaix, « Évaluation des incertitudes en travaux pratiques (TP) par simulation informatique », *Bull. Un. Phys.*, vol. 92, n° 801, p. 255-263, février 1998.

[5] E. van Poelje Otto, "Diagonals and transversals : magnifying the scale", *Journal of the Oughtred Society*, vol. 13, n° 2, p. 22-28, 2004, disponible à l'adresse :
https://eeuwen.home.xs4all.nl/images/Pics/Kombuispraat/Pleinschaal/200410%20Diagonals%20and%20Transversals%20V13-2.pdf

[6] E. Fourrey, « Curiosités géométriques », Paris, 1907, disponible à l'adresse :
https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k875649b

[7] M. Karatchentzeff, « Note sur le vernier», février 2005, disponible à l'adresse :
http://michelkaratchentzeff.free.fr/Documents/vernier.pdf

[8] « Micromètre », Encyclopédie de Diderot, disponible à l'adresse :
https://archive.wikiwix.com/cache/?url=http%3A%2F%2Fxn--encyclopdie-ibb.eu%2Findex.php%2Fscience%2F1001261056-astronomie%2F1055320527-MICROMETRE

[9] P. Prié, « Mesure d'une longueur d'onde avec le Michelson », *Bull. Un. Phys.*, vol. 88, n° 767 (1), p. 1363-1366, octobre 1994.

[10] D. Parrochia, « Le progrès des instruments scientifiques aux xviie et xviiie siècles », Thématique : Le temps au XVII^e^ siècle, *Littératures classiques*, n° 43, p. 181-191, automne 2001.

[11] M. Gignet, « Le palmer », *Bull. Un. Phys.*, vol. 63, n° 514, p. 888-894, avril 1969.

[12] « Vernier, pied à coulisse, palmer : recueil de manipulations de physique, classe de seconde », *Bull. Un. Phys.*, vol. 62, n° 502, p. 537-538, février 1968.

Alain LE RILLE
Enseignant
Lycée Saint-Louis
Paris