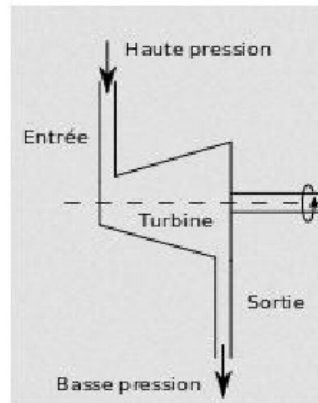
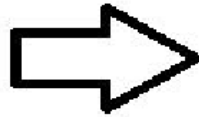
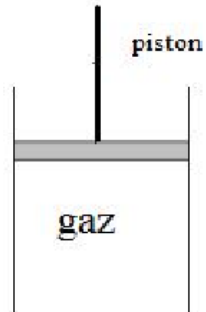


# détendeurs de plongée et boissons fraîches: comment ça marche?



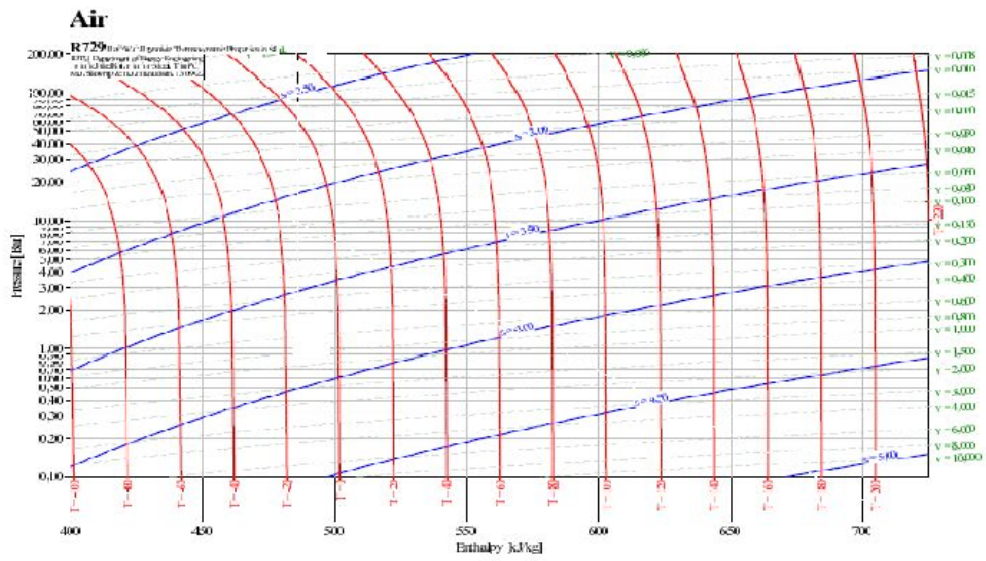
## ► étudier les systèmes ouverts en écoulement



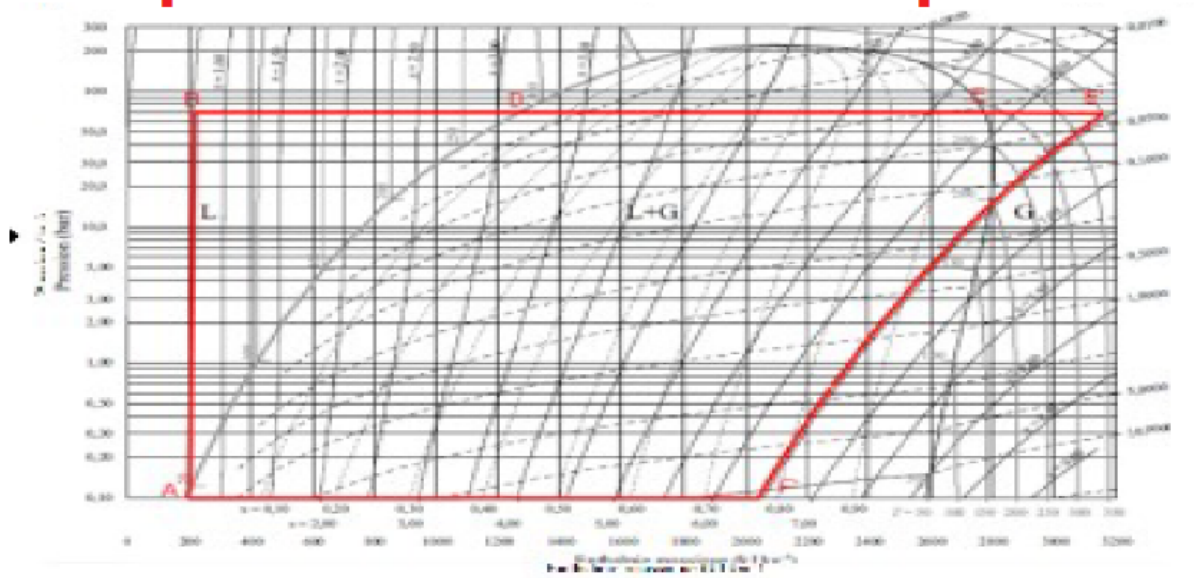
système fermé

système ouvert

## ► utiliser un diagramme plus adapté pour les gaz réels



**► utiliser un diagramme plus adapté pour les machines thermiques**



# Thermo des fluides en écoulement

## Les points du cours à connaître

### I- Systèmes ouverts en thermodynamique

#### 1. Rappels

##### **Système thermodynamique** *schéma*

La figure 1 représente un système thermodynamique. Il est défini par la donnée d'un volume  $V$ , c'est à dire d'une surface fermée  $\Sigma$  qui le délimite.

Les échanges d'un système sont positifs si c'est gagné pour lui, et négatif si c'est perdu. Attention : les conventions (dite de la "normale sortante") sont inverses en analyse vectorielle.

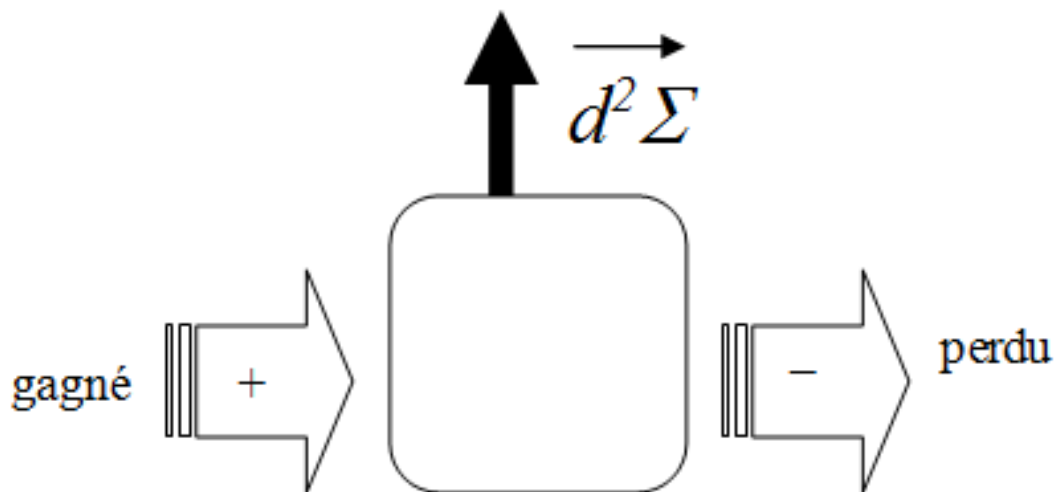


FIGURE 1 – Système thermodynamique



##### **Système fermé / système ouvert : définition**

un système fermé n'échange pas de matière avec l'extérieur. Par contre, il peut échanger de l'énergie !

Un système ouvert échange de la matière : il s'agit d'un fluide en écoulement.



##### **Variable intensive / variable extensive : définition**

une variable intensive  $g$  est définie en chaque point  $P$ , c'est à dire pour un élément infinitésimal du système  $d^3\tau$ .

Une variable extensive  $G$  est définie à partir d'une variable intensive comme suit

$$G = \iiint_{P \in V} g(P) d^3\tau$$

Les variables extensives sont additives :  $G_{S_1 \cup S_2} = G_{S_1} + G_{S_2}$



### Transformation infinitésimale / transformation finie : définition

une transformation est infinitésimale si les variables d'état changent de façon infinitésimale

$$g_1 \rightarrow g_2 = g_1 + dg \text{ avec } |dg| \ll g_1$$

Au contraire, une transformation non infinitésimale est dite finie

$$g_1 \rightarrow g_2 = g_1 + \Delta g \text{ avec } \Delta g = \int_{g_1}^{g_2} dg$$



### Premier principe de la thermodynamique à retenir

l'énergie interne d'un système fermé, notée  $U$ , est une fonction d'état extensive : elle ne dépend que d'un petit nombre ( $v$ , la variance) de paramètres ( $T$ ,  $P$ , etc) ; sa différentielle est donc totale ( $dU$ ) ; sa variation finie  $\Delta U$  ne dépend pas du chemin suivi (de la transformation).

Si on note  $E_c$  l'énergie cinétique,  $W$  le travail et  $Q$  le transfert thermique, lors d'une transformation infinitésimale :

$$dE_c + dU = \delta W + \delta Q$$

et lors d'une transformation finie :

$$\Delta E_c + \Delta U = W + Q$$



### Second principe : à retenir

l'entropie  $S$  d'un système fermé est une fonction d'état.

Lors d'une transformation infinitésimale elle varie de :

$$dS = \delta S_{\text{echangee}} + \delta S_{\text{creee}}$$

avec

- l'entropie échangée :  $\delta S_{\text{echangee}} = \frac{\delta Q}{T_{\text{imp}}}$  où  $\delta Q$  est la chaleur élémentaire échangée par le système à la température imposée  $T_{\text{imp}}$  ;
- l'entropie créée :  $\delta S_{\text{creee}} \geq 0$  ( $\delta S_{\text{creee}} = 0$  si la transformation est réversible et  $\delta S_{\text{creee}} > 0$  si la transformation est irréversible).



### Différentielle de l'énergie interne : s'y retrouver

on a toujours pour un fluide

$$dU = T dS - P dV = \delta Q + \delta W$$

mais les deux termes ne sont égaux que dans le cas réversible :

$$\begin{cases} \delta Q_{\text{réversible}} = T dS \\ \delta W_{\text{réversible}} = -P dV \end{cases}$$

## 2. Généralités sur les systèmes ouverts

### ✳ Grandeurs massiques : s'y retrouver

Pour le système correspondant au volume  $V$  :

$$G_{\text{ouvert}} = \iiint_V g d^3m = \iiint_V \mu g d^3\tau$$

où  $g$  est la grandeur massique (intensive) associée à  $G_{\text{ouvert}}$ , la grandeur extensive pour le système ouvert et  $\mu$  la masse volumique du fluide.

Si  $G$  s'exprime en J (par exemple), alors  $g$  s'exprime en  $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

### ✳ Écoulements unidimensionnels stationnaires : s'y retrouver

si on s'intéresse à des écoulements unidimensionnels stationnaires (dans une conduite), les grandeurs intensives ne dépendent plus que de la position  $x$  dans la conduite :  $g(x)$  uniquement.

La surface fermée  $\Sigma$  qui délimite le système ouvert, s'appuie sur la conduite et a pour amont la surface  $S_A$  en  $x_A$  et pour aval  $S_B$  en  $x_B$ .

Ainsi,  $G_{\text{ouvert}} = \text{cste}$  pour le système ouvert.

Mais :  $G_{\text{ferme}} \neq \text{cste}$  pour le système fermé (car le système fermé se déplace dans la conduite!).

### Débit massique : définition

le débit massique (en  $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ) est :

$$D_m = \iint (\mu \vec{v}) \cdot \vec{d}^2\vec{S}$$

où  $\mu$  est la masse volumique du fluide,  $\vec{v}$  est la vitesse du fluide et  $\vec{d}^2\vec{S}$  orienté dans le sens d'écoulement du fluide.

La masse  $\delta m$  qui passe à travers la surface pendant  $dt$  est telle que  $D_m = \frac{\delta m}{dt}$ .

### 1 Bilan de masse en régime permanent *théorème*

La variation temporelle de  $M$  pour le système fermé est :

$$\frac{DM}{Dt} = \frac{dM}{dt} + \frac{\delta m_B}{dt} - \frac{\delta m_A}{dt}$$

où

- la variation temporelle de la masse  $M$  pour le système fermé :  $\frac{DM}{Dt} = 0$  ;
- la variation temporelle explicite de  $M$  pour le système ouvert :  $\frac{dM}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} (\iiint_V \mu \cdot d^3\tau) =$

0, car  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$  ;

- les flux entrant ( $\frac{\delta m_A}{dt}$ ) et sortant ( $\frac{\delta m_B}{dt}$ ) de masse qui ne sont rien d'autre que les débits massiques.

Le débit massique se conserve donc entre l'entrée et la sortie :  $\frac{\delta m_A}{dt} = \frac{\delta m_B}{dt} = D_m \Rightarrow$   
Le débit massique se conserve au cours de l'écoulement :

$$\forall x D_m(x) = D_m = \frac{\delta m_A}{dt} = \frac{\delta m_B}{dt} = \frac{\delta m}{dt}$$

avec  $\delta m$  la masse qui traverse une section pendant  $dt$ .



### Passer d'un système ouvert à un système fermé *schéma*

La figure 2 représente Le système fermé correspond :

- à l'instant  $t$  au système ouvert et  $\Sigma_A$  ;
- à l'instant  $t + dt$  au système ouvert et  $\Sigma_B$ .

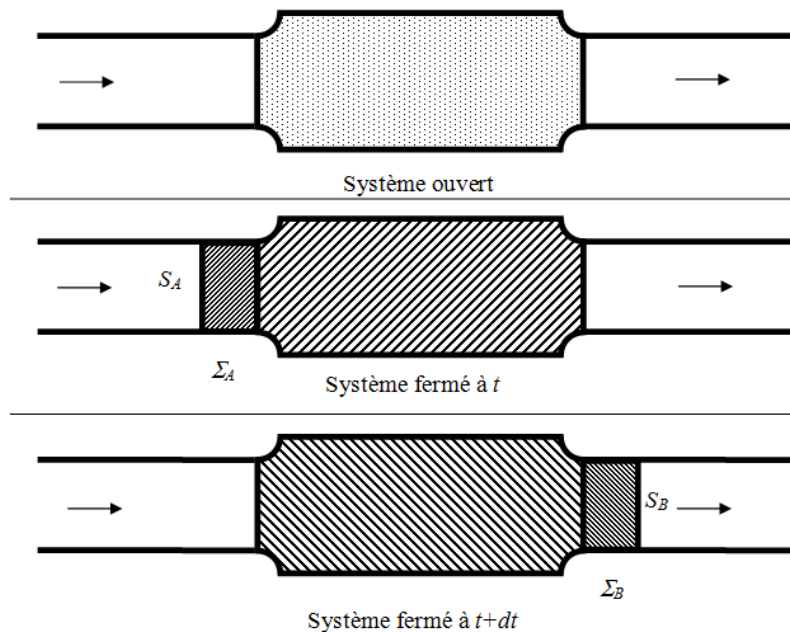


FIGURE 2 – Passer d'un système ouvert à un système fermé



### Variation entre amont $A$ et aval $B$ : s'y retrouver

$$\frac{dG_{ferme}}{dt} = D_m (g_B - g_A)$$

où  $G_{ferme}$  est la grandeur extensive  $G$  pour le système fermé qui coïncide avec le système ouvert délimité par un amont en  $A$  et un aval en  $B$ , et  $g$  est la grandeur massique relative à  $G$ .

Si le système ouvert est fini, on pose pour toute grandeur intensive massique  $g$  :

$$\Delta g = g_B - g_A$$

où  $A$  est l'amont et  $B$  l'aval.



Si le système ouvert est infinitésimal ( $A$  infiniment proche de  $B$ ), on écrira :

$$dg = g_B - g_A$$

### 3. Bilans thermodynamiques

#### Energies *s'y retrouver*

L'énergie totale d'un système ouvert est  $E_{tot} = \iiint_V (e_c + e_p + u) d^3m$  où les énergies massiques (en  $J \cdot kg^{-1}$ ) sont :

- $e_c = \frac{v^2}{2}$  (énergie cinétique massique) ;
- $e_p = g z$  (énergie potentielle massique de pesanteur) ;
- $u$  (énergie interne massique).

On notera les puissances (en  $W$ ) suivantes :

- $P_{th} = \frac{\delta Q}{dt}$ , la puissance thermique ;
- $P = \frac{\delta W}{dt}$ , puissance qui peut se séparer en deux termes :
- $P_{pression} = \frac{\delta W_{pression}}{dt}$  la puissance des forces de pression ;
- $P_{utile} = \frac{\delta W_{utile}}{dt}$  la puissance utile (pour toutes les autres forces).

Apparaissent des énergies massiques (en  $J \cdot kg^{-1}$ ) :

- $w_{utile} = \frac{P_{utile}}{D_m} = \frac{\delta W_{utile}}{\delta m}$  est le travail utile massique échangé ;
- $q = \frac{P_{th}}{D_m} = \frac{\delta Q}{\delta m}$  est la chaleur massique échangée.

#### Travail utile *schéma*

La figure 3 représente

- si le fluide reçoit du travail utile (il est pompé, ou bien il y a un compresseur) ;
- si le fluide donne du travail utile (il se détend dans une turbine) ;
- et sans travail utile (écoulements purs, ni pompe ni turbine).

#### Echangeur thermique *schéma*

La figure 4 représente Echangeurs thermiques :

- dans le premier cas, refroidissement du fluide ( $q < 0$ ) ;
- dans le second cas, réchauffement du fluide ( $q > 0$ ).

## 2 Bilans d'énergie dans un écoulement unidimensionnel stationnaire ("premier principe industriel") : *théorème*

Pour le système fermé :

$$dE_c + dE_p + dU = \delta W_p + \delta W_u + \delta Q$$

avec  $dE_c + dE_p + dU = \delta m \left( \frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} + g z_B - g z_A + u_B - u_A \right)$

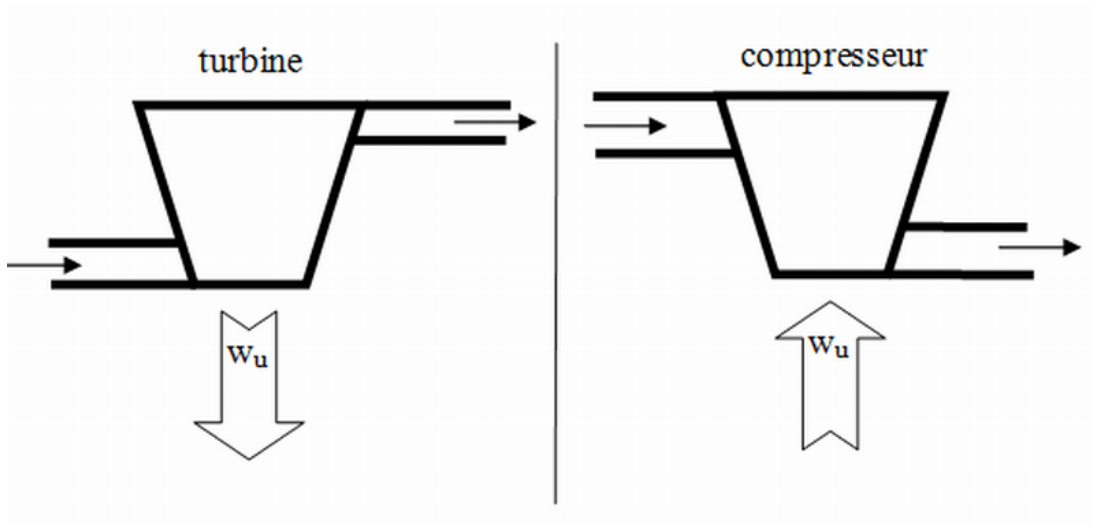


FIGURE 3 – Travail utile

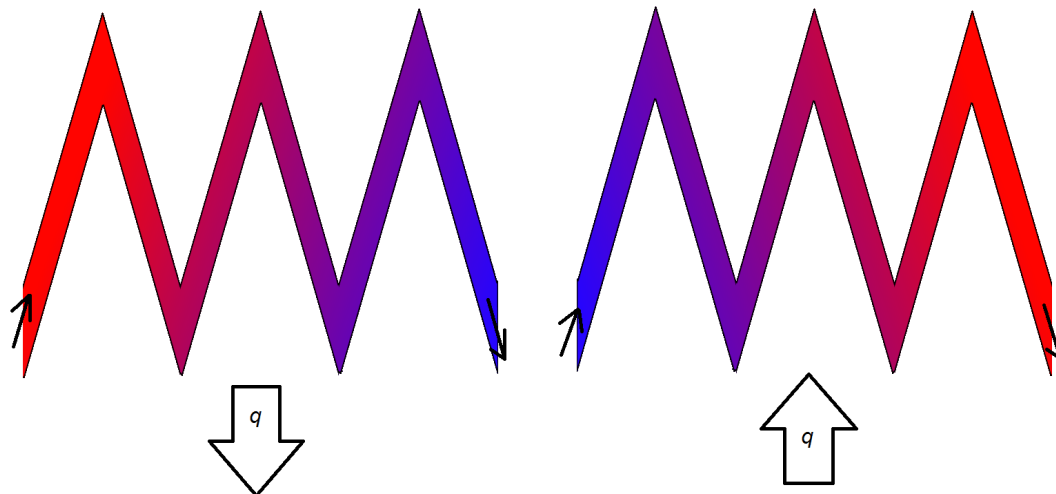


FIGURE 4 – Echangeur thermique

et  $\delta W_p = P_A S_A v_A dt - P_B v_B dt = \left( \frac{P_A}{\mu_A} S_A \mu_A v_A - \frac{P_B}{\mu_B} S_B \mu_B v_B \right) dt = \left( \frac{P_A}{\mu_A} - \frac{P_B}{\mu_B} \right) \delta m$ .

Ainsi,

$$\Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h = \frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} + g z_B - g z_A + h_B - h_A = w_{utile} + q$$

$\Rightarrow$

pour un système ouvert en régime permanent, entre une entrée et une sortie infiniment proches :

$$\frac{1}{2} d(v^2) + g dz + dh = \delta w_{utile} + \delta q$$

où  $v$  est la vitesse d'écoulement du fluide,  
 $z$  est l'altitude et  $g$  le champ de pesanteur,  
 $h$  est l'enthalpie massique,  
 $\delta w_{utile}$  est le travail utile massique,  
 $\delta q$  est le transfert thermique massique.

### 3 Bilan d'entropie dans un écoulement unidimensionnel stationnaire : *théorème*

Si le régime est permanent, le débit massique se conserve ( $D_m = \frac{\delta m_s}{dt} = \frac{\delta m_e}{dt}$ ) et  $\frac{dS}{dt} = 0$ , aussi

$$\frac{\delta S_{ech}}{dt} + \frac{\delta S_{cr}}{dt} = D_m \cdot (s_s - s_e)$$

pour un système d'extension finie ou bien encore pour un système infinitésimal en régime permanent :

$$D_m \cdot ds = \frac{\delta S_{ech}}{dt} + \frac{\delta S_{cr}}{dt} \geq \frac{P_{th}}{T}$$

En posant comme précédemment  $q = \frac{P_{th}}{D_m} = \frac{\delta Q}{\delta m}$  la chaleur massique échangée, on trouve

$$ds \geq \frac{\delta q}{T}$$

(l'égalité ayant lieu dans le cas réversible).

▷ Or on a vu précédemment que le premier principe impose pour un système infinitésimal en régime permanent :

$$\frac{1}{2} d(v^2) + g \cdot dz + dh = \delta w_{utile} + \delta q$$

Couplé à  $ds \geq \frac{\delta q}{T}$  pour un système infinitésimal en régime permanent et vu que la variation d'enthalpie est  $dH = V \cdot dP + T \cdot dS$ , la variation de l'enthalpie massique est

$$dh = \frac{dP}{\mu} + T \cdot ds$$

On aboutit donc à :

$$\delta w_{utile} \geq \frac{1}{2} d(v^2) + g \cdot dz + \frac{dP}{\mu}$$

pour un système infinitésimal en régime permanent.  $\Rightarrow$

pour un système ouvert en régime permanent, entre une entrée et une sortie infiniment proches :

$$ds \geq \frac{\delta q}{T} \Leftrightarrow \delta w_{utile} \geq \frac{1}{2} d(v^2) + g dz + \frac{dP}{\mu}$$

où  $\delta q$  est le transfert thermique massique et  $T$  la température,  
 $v$  est la vitesse d'écoulement du fluide,  
 $z$  est l'altitude et  $g$  le champ de pesanteur,  
 $\delta w_{utile}$  est le travail utile massique,  
 $\mu$  est la masse volumique du fluide et  $P$  la pression.



**Travail de transvasement** : *s'y retrouver*

le travail massique de transvasement est :  $w_t = \int_A^B v \, dP$  qui s'exprime en  $J \cdot kg^{-1}$  (NB :  $v = \frac{1}{\mu}$  est le volume massique).

## II- Etude d'un fluide réel

### 1. Diagramme enthalpique



**Diagramme enthalpique (ou de Mollier)** : *définition*

on trace la pression  $P$  en fonction de l'enthalpie massique  $h$  dans le diagramme enthalpique. Y sont représentées :

- les isenthalpes  $h = cste$  ;
- les isobares  $P = cste$  ;
- les isothermes  $T = cste$  ;
- les isentropes  $S = cste$ , soit adiabatique réversible ;
- les isotitres : pourcentage de vapeur constant dans la zone liquide-vapeur.



**Intérêts du diagramme enthalpique** : *schéma*

La figure 5 représente un diagramme enthalpique (ou de Mollier ou des frigoristes) simplifié.

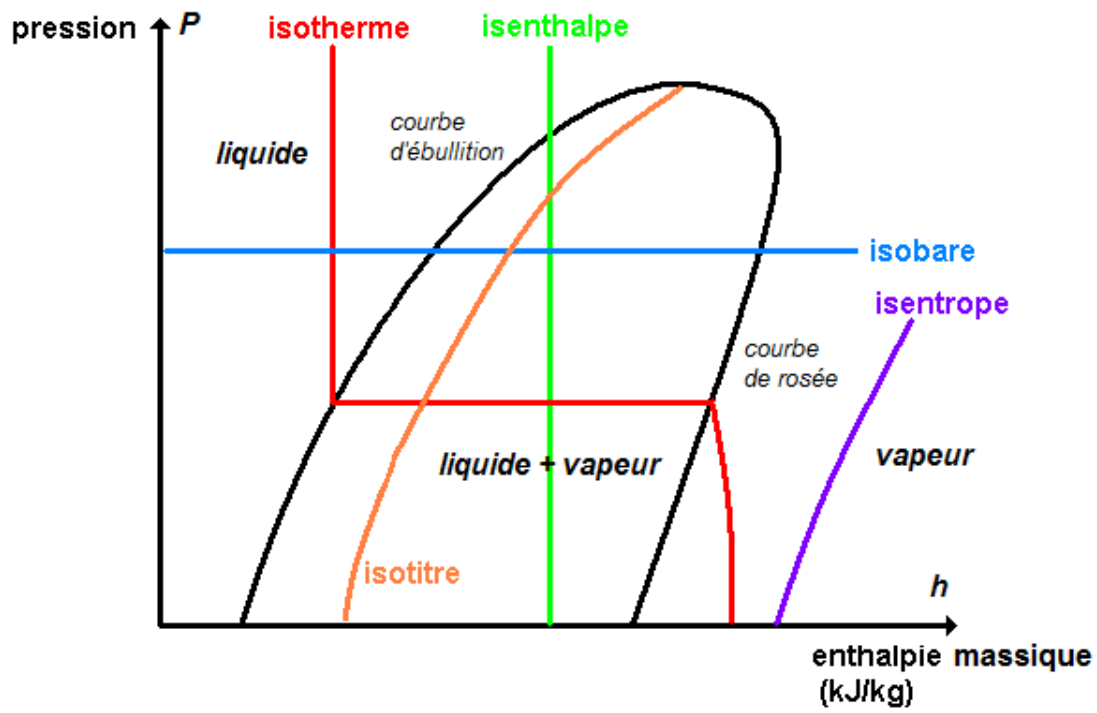
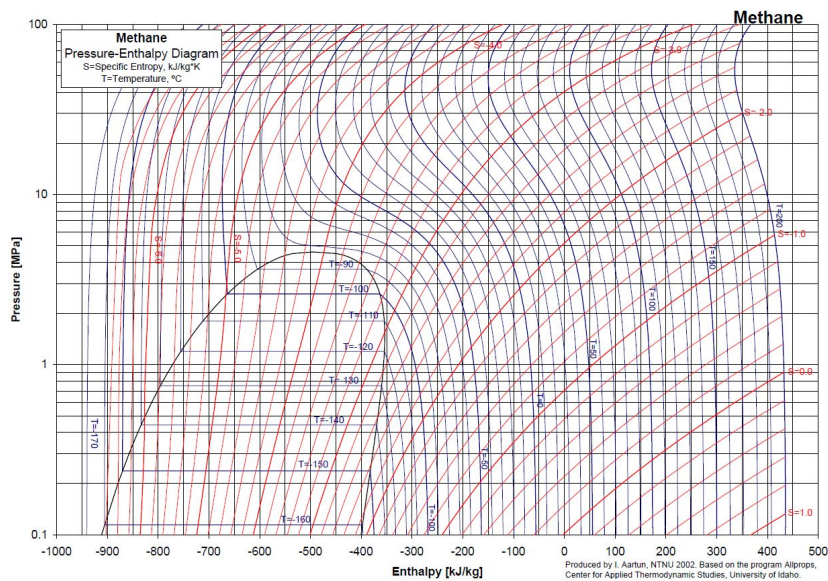


FIGURE 5 – Intérêts du diagramme enthalpique :

**Exemple de diagramme enthalpique *photo***



un diagramme enthalpique (ou de Mollier ou des frigoristes) : celui du méthane.

**Intérêt du diagramme enthalpique *s'y retrouver***

Chaque fluide de machine thermique a son diagramme enthalpique qui permet de suivre l'évolution de ce fluide dans son circuit au cours de son cycle. Il est l'outil indispensable du technicien en énergétique car il permet de déterminer les différentes puissances mises en jeu au cours des phases du cycle.

✳ **Gaz parfait dans le diagramme enthalpique** *s'y retrouver*

Un gaz parfait vérifie la deuxième loi de Joule ( $dh = c_P dT$ ), ce qui implique que ses isothermes sont confondues avec ses isenthalpes, c'est-à-dire qu'elles sont verticales dans le diagramme des frigoristes pour le gaz parfait.

✳ **Equilibre liquide-gaz dans le diagramme enthalpique** *s'y retrouver*

La transformation liquide-gaz se fait à pression constante (la pression de vapeur saturante) si la température est fixée : les isothermes sont horizontales dans le diagramme des frigoristes pour le liquide-gaz.

Théorème des moments : le titre en vapeur  $x_{\text{vap}}$  est donné par le rapport des longueurs mesurées le long d'une isobare :  $x_{\text{vap}} = \frac{LM}{LV}$ .

✳ **Liquide dans le diagramme enthalpique** *s'y retrouver*

Le liquide étant incompressible, les isothermes sont verticales dans le diagramme des frigoristes pour le liquide.

✳ **Isentropes dans le diagramme enthalpique** *s'y retrouver*

$dh = T ds + v dP = v dP$  pour  $s = \text{cste}$ . Les isentropes sont croissantes dans le diagramme des frigoristes.

👁 **Théorème des moments** *schéma*

La figure 6 représente Le titre en vapeur  $x_{\text{vap}}$  est donné par le rapport des longueurs mesurées le long d'une isobare :  $x_{\text{vap}} = \frac{LM}{LV}$ .

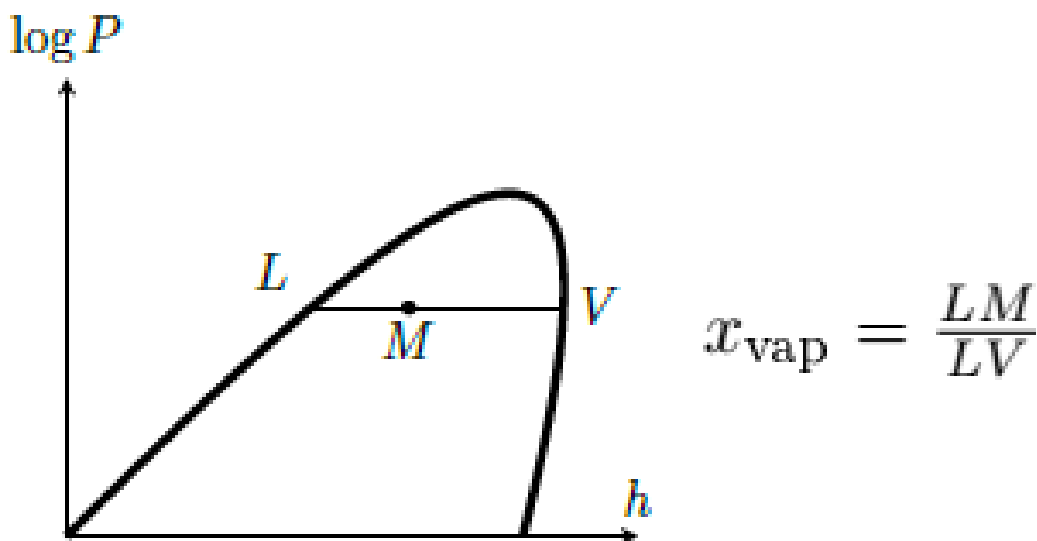


FIGURE 6 – Théorème des moments

## 2. Diagramme entropique



### Diagramme entropique : définition

on trace la température  $T$  en fonction de l'entropie massique  $s$  dans le diagramme entropique. Y sont représentées :

- les isenthalpes  $h = cste$  ;
- les isobares  $P = cste$  ;
- les isothermes  $T = cste$  ;
- les isentropes  $S = cste$ , soit adiabatique réversible ;
- les isotitres : pourcentage de vapeur constant dans la zone liquide-vapeur.



### Equilibre liquide-gaz dans le diagramme entropique *s'y retrouver*

La transformation liquide gaz se fait à pression constante (la pression de vapeur saturante) si la température est fixée : les isobares sont horizontales dans le diagramme entropique pour le liquide-gaz.

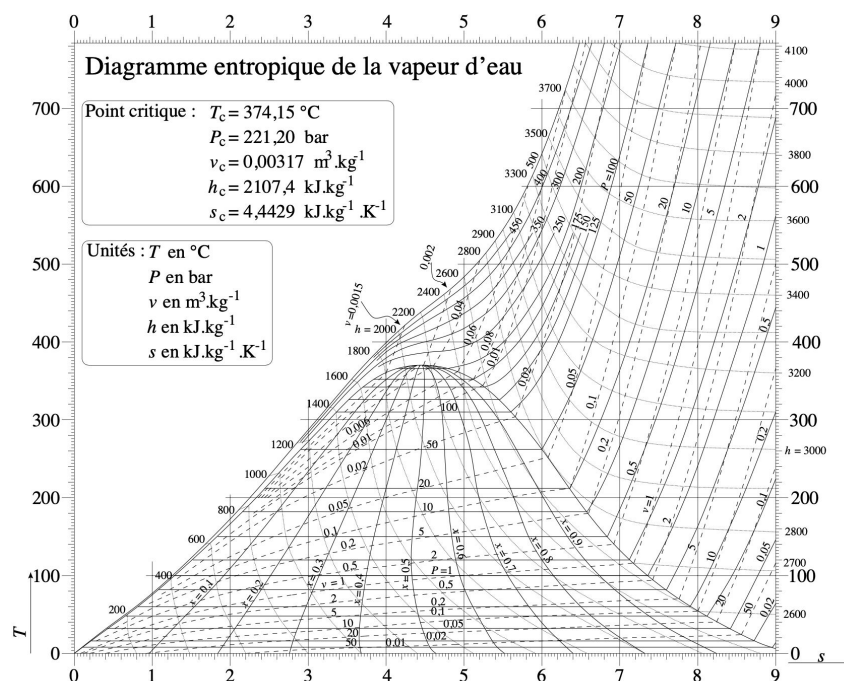


### Gaz parfait dans le diagramme entropique *s'y retrouver*

Un gaz parfait vérifie la deuxième loi de Joule ( $dh = c_P dT = T ds + v dP$ ), ce qui implique que ses isobares ( $c_P dT = T ds$ ) soient des exponentielles ( $c_P \ln T = s$ ) pour le gaz parfait dans le diagramme entropique.



### Exemple de diagramme entropique *photo*



un diagramme entropique : celui de la vapeur d'eau.

### III- Etudes de machines thermiques

#### 1. Rappels sur les machines thermiques



##### **Rendement d'un moteur : définition**

Le rendement d'un moteur est le rapport de ce qui est récupéré (le travail,  $-W$ ), sur ce que l'on a fourni (la chaleur à la source chaude  $Q_c > 0$ ) :

$$\eta_{moteur} = \frac{-W}{Q_c}$$

A cause du second principe, le rendement d'un moteur est limité :  $0 < \eta_{moteur} < 1$ .



##### **Rendement d'un réfrigérateur : définition**

Le rendement d'un réfrigérateur (ou un climatiseur, ou encore un congélateur) est le rapport de ce qui est récupéré (la chaleur prélevée à la source froide  $Q_f > 0$ ), sur ce que l'on a fourni (le travail,  $W$ ) :

$$\eta_{frigo} = \frac{Q_f}{W}$$

La valeur de ce rendement est quelconque :  $\eta_{frigo} > 0$ .



##### **Rendement d'une pompe à chaleur : définition**

Le rendement d'une pompe à chaleur est le rapport de ce qui est récupéré (la chaleur donnée à la source chaude  $-Q_c$ ), sur ce que l'on a fourni (le travail,  $W$ ) :

$$\eta_{pac} = \frac{-Q_c}{W}$$

Pour qu'une pompe à chaleur ait un intérêt, il faut que son rendement soit meilleur que celui d'une simple résistance électrique qui transforme intégralement du travail en chaleur :  $\eta_{pac} > 1$ .



##### **Différentes machines thermiques schéma**

La figure 7 représente le schéma simplifié des transferts énergétiques mis en jeu pour les différents types de machines thermiques. En vert, la grandeur recherchée et en rouge la grandeur coûteuse.



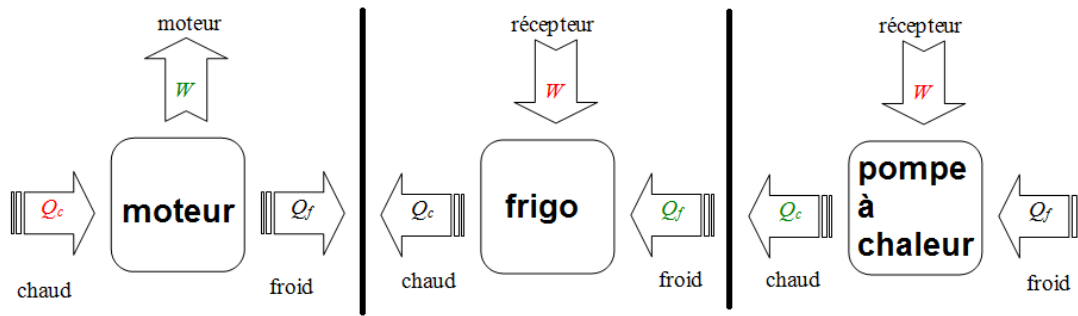


FIGURE 7 – Différentes machines thermiques



## Valeurs numériques (compléments) Thermo des fluides en écoulement

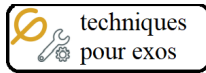
### Air

L'air est composé principalement de 80% de diazote et de 20% de dioxygène. C'est donc en bonne approximation un gaz diatomique ( $\gamma = \frac{7}{5}$ ), de masse volumique  $\mu = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

### Eau

L'eau est un fluide thermodynamique d'usage courant, efficace et économique :

- l'eau a une masse volumique  $\mu = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;
- l'eau a la capacité thermique à pression constante la plus élevée de tous les liquides  $c_p = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- l'eau a la chaleur latente d'évaporation la plus élevée de tous les liquides  $\ell_{\text{év}} = 2,4 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ , d'où l'efficacité de la transpiration comme moyen de rafraîchissement ;
- l'eau a une chaleur latente de fusion élevée  $\ell_{\text{fus}} = 300 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

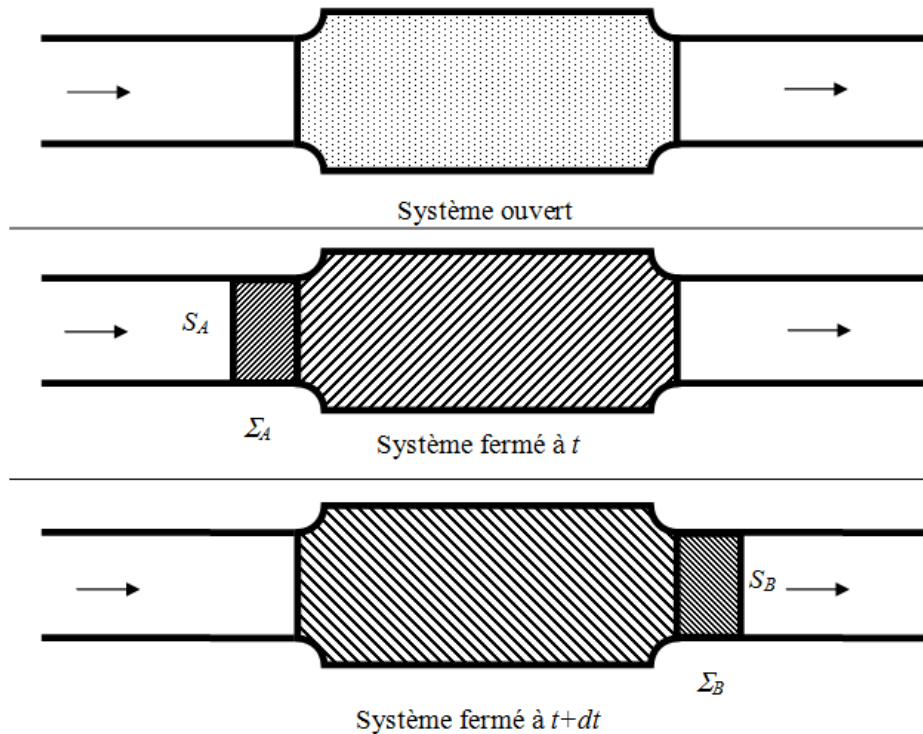


## Techniques pour passer du cours aux exercices (à maîtriser)

### Démontrer les lois de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire

#### Premier principe (industriel)

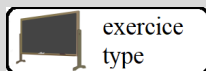
Définir un système ouvert et un système fermé à  $t$  et à  $t + dt$ .



Remarquer qu'en régime permanent la masse entrée pendant  $dt$  est égale à la masse sortie.  
Exprimer l'énergie totale à  $t$  et à  $t + dt$  en faisant apparaître les grandeurs massiques.  
Appliquer le premier principe pour le système fermé.  
Calculer le travail des forces de pression ( $\vec{F} \cdot \vec{v} dt$  et non pas  $-P dV$  car  $P$  n'est pas uniforme!).  
Rassembler les termes d'énergie interne et  $pv$  pour faire apparaître l'enthalpie.

#### Second principe (industriel)

Reprendre le même système ouvert et le même système fermé à  $t$  et à  $t + dt$ .  
Exprimer l'entropie à  $t$  et à  $t + dt$  en faisant apparaître les grandeurs massiques.  
Appliquer le second principe pour le système fermé.



#### Exercice 1.1 (le prof fait cet exercice type jeudi) Principes industriels

- 1) Démontrer le premier principe industriel (pour les fluides en écoulement stationnaire).
- 2) Démontrer le second principe pour les fluides en écoulement stationnaire.
- 3) Exprimer ces principes pour une entrée infiniment proche de la sortie.

##### 1) Premier principe

Considérons un système ouvert  $\mathcal{S}$  de masse  $m(t)$  ainsi que le système fermé  $\mathcal{S}^*$  constitué de :

- à l'instant  $t$  de  $\mathcal{S}$  et du système  $\mathcal{S}_e$  qui entrera dans  $\mathcal{S}$  entre  $t$  et  $t + dt$
- à l'instant  $t + dt$  de  $\mathcal{S}$  et du système  $\mathcal{S}_s$  qui est sorti de  $\mathcal{S}$  entre  $t$  et  $t + dt$

On note avec l'indice  $e$  l'entrée et l'indice  $s$  la sortie. En tant que système fermé,  $\mathcal{S}^*$  garde une masse constante :  $m(t) + dm_e = m(t + dt) + dm_s$ . En régime permanent  $m(t) = m(t + dt)$  donc  $dm_e = dm_s = D_m dt$  où  $D_m$  désigne le débit massique commun à l'entrée et à la sortie.

L'énergie totale  $E^*$  de  $\mathcal{S}^*$  est :

- à  $t$ ,  $E^*(t) = E(t) + dm_e e_e$
- à  $t + dt$ ,  $E^*(t + dt) = E(t + dt) + dm_s e_s$

où  $e = e_p + e_c + u$  est l'énergie massique où :

- $e_p$  est l'énergie potentielle massique ( $e_p = gz$ );
- $e_c$  est l'énergie cinétique massique ( $e_c = \frac{1}{2}v^2$ );
- $u$  est l'énergie interne massique.

De sorte qu'en régime permanent :  $E^*(t + dt) - E^*(t) = D_m dt (e_s - e_e) = D_m dt (e_{p_s} + e_{c_s} + u_s - e_{p_e} + e_{c_e} + u_e)$

Le premier principe appliqué à  $\mathcal{S}^*$  entre  $t$  et  $t + dt$  s'écrit :

$$E^*(t + dt) - E^*(t) = q D_m dt + w_p D_m dt + w_u D_m dt$$

où  $q$ ,  $w_p$  et  $w_u$  sont respectivement le transfert thermique, le travail des forces de pression et le travail utile par unité de masse.

Le travail des forces de pression est  $\delta W_p = p_e dV_e - p_s dV_s$ . En régime permanent,  $\delta W_p = (p_e v_e - p_s v_s) D_m dt$  où  $v = \frac{1}{\mu}$  est le volume massique du fluide.

On obtient donc :  $D_m dt (e_s - e_e) = (p_e v_e - p_s v_s) D_m dt + q D_m dt + w_u D_m dt$  ou encore :  $(e_{p_s} + e_{c_s} + u_s + p_s v_s) - (e_{p_e} + e_{c_e} + u_e + p_e v_e) = w_u + q$ , expression dans laquelle on reconnaît les enthalpies massiques  $h = u + p v$  à l'entrée et à la sortie.

On obtient donc finalement :

$$\Delta e_p + \Delta e_c + \Delta h = w_u + q$$

où  $\Delta$  marque la différence entre l'entrée et la sortie !

## 2) Second principe

Considérons un système ouvert  $\mathcal{S}$  de masse  $m(t)$  ainsi que le système fermé  $\mathcal{S}^*$  constitué de :

- à l'instant  $t$  de  $\mathcal{S}$  et du système  $\mathcal{S}_e$  qui entrera dans  $\mathcal{S}$  entre  $t$  et  $t + dt$
- à l'instant  $t + dt$  de  $\mathcal{S}$  et du système  $\mathcal{S}_s$  qui est sorti de  $\mathcal{S}$  entre  $t$  et  $t + dt$

On note avec l'indice  $e$  l'entrée et l'indice  $s$  la sortie. En tant que système fermé,  $\mathcal{S}^*$  garde une masse constante :  $m(t) + dm_e = m(t + dt) + dm_s$ . En régime permanent  $m(t) = m(t + dt)$  donc  $dm_e = dm_s = D_m dt$  où  $D_m$  désigne le débit massique commun à l'entrée et à la sortie.

L'entropie  $S^*$  de  $\mathcal{S}^*$  est :

- à  $t$ ,  $S^*(t) = S(t) + dm_e s_e$
- à  $t + dt$ ,  $S^*(t + dt) = S(t + dt) + dm_s s_s$

De sorte qu'en régime permanent :  $S^*(t + dt) - S^*(t) = D_m dt (s_s - s_e)$ .

Le second principe appliqué à  $\mathcal{S}^*$  entre  $t$  et  $t + dt$  s'écrit :

$$S^*(t + dt) - S^*(t) = s_{\text{échangée}} D_m dt + s_{\text{créée}} D_m dt$$

où  $s_{\text{échangée}}$  et  $s_{\text{créée}}$  sont respectivement les entropies échangées et créées par unité de masse.

Conclusion :

$$\Delta s = s_{\text{échangée}} + s_{\text{créée}}$$

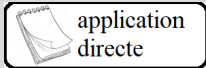
## 3) Dans le cas infinitésimal :

Le premier principe devient :

$$de_p + de_c + dh = \delta w_u + \delta q$$

Le second principe devient :  $ds = \delta s_{\text{échangée}} + \delta s_{\text{créée}}$ , d'où, puisque  $\delta s_{\text{créée}} \geq 0$  et  $\delta s_{\text{échangée}} = \frac{\delta q}{T}$ ,

$$ds \geq \frac{\delta q}{T}$$



**Exercice 1.2** pour s'entraîner

### Température sur une isobare dans un diagramme de Mollier

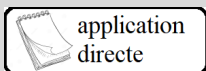
1) Montrer qu'à pression constante, la température  $T$  est une fonction croissante de l'enthalpie massique  $h$ . Est-elle strictement croissante ?

1) A pression constante,

$$dh = \frac{\partial h}{\partial T} dT = c_p dT$$

or  $c_p > 0$ , donc la température  $T$  est une fonction croissante de l'enthalpie massique  $h$ .

Lors d'un changement de phase, il y a échange thermique (« enthalpie massique de vaporisation ») à pression et température constantes (palier), donc  $h$  varie et  $T$  reste constante : la température  $T$  est une fonction constante de l'enthalpie massique  $h$  (donc globalement pas toujours strictement croissante).



**Exercice 1.3** pour s'entraîner

### Enthalpie massique de vaporisation dans un diagramme de Mollier

1) Comment lit-on sur ce diagramme ce qui se nommait autrefois la « chaleur latente massique de vaporisation » à la pression  $p$  (et que l'on appelle maintenant « enthalpie massique de vaporisation ») ?

1) Sur le diagramme de Mollier, ce qui se nommait autrefois la « chaleur latente massique de vaporisation » à la pression  $p$  (et que l'on appelle maintenant « enthalpie massique de vaporisation ») se lit en faisant la différence des deux abscisses ( $h_v - h_l$ ) du palier de vaporisation.



**Exercice 1.4** pour s'entraîner

### Isothermes dans un diagramme de Mollier

1) Cette question concerne les courbes isothermes dans le diagramme de Mollier.

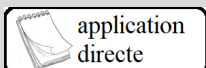
- 1.a) Quelle est a priori leur allure pour la phase liquide, supposée incompressible et indilatable ?
- 1.b) Quelle est a priori leur allure pour la phase gazeuse, modélisée comme un gaz parfait ?
- 1.c) Quelle est a priori leur allure dans la zone de changement d'état ?

1)

1.a) *a priori* l'allure des isothermes pour la phase liquide, supposée incompressible et indilatable, est verticale :  $h$  ne dépend pas de  $P$  ni de  $T$ .

1.b) *a priori* l'allure des isothermes pour la phase gazeuse, modélisée comme un gaz parfait, est verticale :  $h$  ne dépend que de  $T$  (deuxième loi de Joule).

1.c) l'allure des isothermes dans la zone de changement d'état est horizontale :  $h$  varie, à  $P$  et  $T$  fixés (palier de transition de phase).

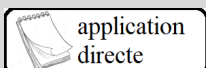


**Exercice 1.5** pour s'entraîner

### Isentropiques un diagramme de Mollier

1) Montrer que, dans le diagramme de Mollier, la pente des courbes isentropiques est positive.

1) Comme  $dh = T ds + v dp = v dp$  pour une isentropique,  $\frac{dp}{dh} = \frac{1}{v} > 0$  : la pente des courbes isentropiques est positive.

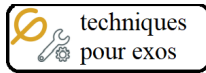


**Exercice 1.6** pour s'entraîner

### Entropie le long d'une isenthalpe un diagramme de Mollier

1) Montrer que, sur une courbe isenthalpique du diagramme de Mollier, l'entropie est une fonction décroissante de la pression.

1) Comme  $dh = T ds + v dp = 0$  pour une isenthalpique,  $\frac{ds}{dp} = \frac{-v}{T} < 0$  : sur une courbe isenthalpique du diagramme de Mollier, l'entropie est une fonction décroissante de la pression.



## Techniques pour passer du cours aux exercices (à maîtriser)

### Faire des bilans thermodynamiques pour des systèmes fermés

#### Définir clairement les états initial et final lors d'une transformation

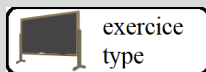
Pour, par exemple, déterminer l'état final en connaissant l'état initial, il faut :  
Exploiter les conditions imposées par le milieu extérieur pour déterminer l'état d'équilibre final (par exemple calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique).  
Utiliser le vocabulaire usuel : évolutions isochore, isotherme, isobare, monobare, monotherme.  
Utiliser l'équation d'état des gaz parfaits et la loi de Laplace pour les transformations isentropiques des gaz parfaits.

#### Faire un bilan d'énergie

Faire un bilan énergétique revient à calculer :  
- un travail ( $W = -\int P_{imp} dV$ , ce qui peut se faire si on connaît la pression imposée, qui est  $P$  si la transformation est réversible) ;  
- un transfert thermique ( $Q$  qui est nul si la transformation est adiabatique) ;  
- une variation d'énergie interne ( $\Delta U$  qui, pour un gaz parfait vaut  $\Delta U = \int c_V dT$ ).  
Ces trois grandeurs sont reliées par le premier principe, de sorte que, si on en a trouvé deux, on a la troisième.

#### Faire un bilan d'entropie

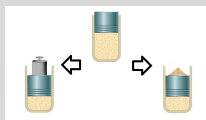
Faire un bilan entropique revient à calculer :  
- une entropie créée ( $S_c$  qui est nulle si la transformation est réversible) ;  
- une entropie échangée ( $S_e = \int \frac{\delta Q}{T_{imp}}$ ) ;  
- une variation d'entropie (qui peut se calculer en imaginant une transformation réversible ayant mêmes états initial et final).  
Ces trois grandeurs sont reliées grâce au second principe, de sorte que, si on en a trouvé deux, on a la troisième.



#### Exercice 1.7 (le prof fait cet exercice type jeudi)

##### Bilans thermodynamiques

Dans tous les cas de figure, on s'intéresse à un gaz parfait. Ce gaz parfait est initialement à la pression  $P_{atm}$ , dans un cylindre fermé par un piston horizontal, de masse négligeable, de section  $S$ . On supposera que l'atmosphère est un bon thermostat.



Faire un bilan :

- d'énergie (déterminer  $\Delta U$ ,  $Q$  et  $W$ )
  - et d'entropie (déterminer  $\Delta S$ ,  $S_{échangée}$  et  $S_{créée}$ )
- pour le gaz dans les deux transformations qui suivent :

- 1) Transformation n° 1 : une masse  $m$  tombe brutalement sur le piston.
- 2) Transformation n° 2 : on suppose maintenant que le système repart du même état initial et que l'on verse sur le piston la même masse  $m$ , mais de sable, petit à petit.

#### 1) Transformation n° 1 :

Etat initial : température  $T$ , pression  $P_i = P_{atm}$ , volume  $V_i = \frac{n.R.T}{P_{atm}}$  (loi du gaz parfait).

Etat final : température  $T$ , pression  $P_f = P_{atm} + \frac{m.g}{S}$  (à cause de l'équilibre mécanique du piston), volume  $V_f = \frac{n.R.T}{P_{atm} + \frac{m.g}{S}}$  (loi du gaz parfait).

La pression imposée pendant toute la transformation est :  $P_{imp} = P_f = P_{atm} + \frac{m.g}{S}$ . Donc le travail est :  $\delta W_1 = -P_{imp}.dV \Rightarrow W_1 = -P_f.(V_f - V_i)$  avec  $V_f - V_i = n.R.T \left( \frac{1}{P_f} - \frac{1}{P_i} \right)$ , d'où  $W_1 = -n.R.T \left( 1 - \frac{P_{atm} + \frac{m.g}{S}}{P_{atm}} \right)$  et enfin :

$$W_1 = n.R.T \frac{mg}{S.P_{atm}}$$

La température étant constante, l'énergie interne l'est aussi car le gaz est parfait (première loi de Joule) :

$$\Delta U_1 = 0$$

bien que le système ne soit pas isolé. Le premier principe donne alors :  $\Delta U_1 = W_1 + Q_1 = 0 \Rightarrow$

$$Q_1 = -n.R.T \frac{mg}{S.P_{atm}}$$

Imaginons une transformation réversible avec les mêmes états initial et final :  $\Delta S' = S'_{ech} + S'_{creee} = \frac{Q'}{T}$  puisque la transformation imaginaire est réversible. Cherchons donc la chaleur échangée dans cette transformation imaginaire isotherme :  $\Delta U' = W' + Q' = 0 \Rightarrow$

$$Q' = -W' = \int P.dV = n.R.T \int \frac{dV}{V} = n.R.T.Ln \frac{V_f}{V_i} = -n.R.T.Ln \frac{P_f}{P_i}$$

$$Q' = -n.R.T.Ln \left( 1 + \frac{mg}{S.P_{atm}} \right). \text{Ainsi, } \Delta S' = -n.R.Ln \left( 1 + \frac{mg}{S.P_{atm}} \right).$$

La variation d'entropie est la même :  $\Delta S' = \Delta S_1$  donc

$$\Delta S_1 = -n.R.Ln \left( 1 + \frac{mg}{S.P_{atm}} \right)$$

L'entropie échangée est :

$$S_{ech1} = \frac{Q_1}{T} = -n.R \frac{mg}{S.P_{atm}}$$

On déduit l'entropie créée de :  $\Delta S_1 = S_{ech1} + S_{creee1} \Rightarrow$

$$S_{creee1} = n.R. \left[ \frac{mg}{S.P_{atm}} - Ln \left( 1 + \frac{mg}{S.P_{atm}} \right) \right]$$

L'entropie créée lors de la transformation n° 1 (irréversible) est bien strictement positive :  $S_{creee1} > 0$ .

2) Transformation n° 2 :

Les états initial et final sont identiques à ceux de la transformation n° 1.

La température étant constante, l'énergie interne l'est aussi car le gaz est parfait (première loi de Joule) :

$$\Delta U_2 = 0$$

Puisque le gaz est en équilibre avec la contrainte extérieure alors  $P_{imp} = P = \frac{n.R.T}{V}$  à chaque instant. Donc  $\delta W_2 = -P.dV = -n.R.T. \frac{dV}{V}$ . L'intégration donne :  $W_2 = -n.R.T.Ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) = n.R.T.Ln \left( \frac{P_f}{P_i} \right) \Rightarrow$

$$W_2 = n.R.T.Ln \left( 1 + \frac{mg}{S.P_{atm}} \right)$$

Le premier principe donne alors :  $\Delta U_2 = W_2 + Q_2 = 0 \Rightarrow$

$$Q_2 = -n.R.T.Ln \left( 1 + \frac{mg}{S.P_{atm}} \right)$$

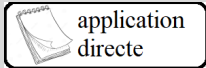
Puisque la transformation n° 2 est réversible, ce n'est pas la peine d'imaginer une transformation réversible!

$$S_{creee2} = 0$$

$$S_{ech2} = \frac{Q_2}{T}$$

$$\Delta S_2 = S_{ech2} + S_{creee2} = \frac{Q_2}{T}$$

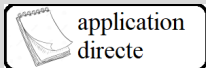
(en fait la transformation réversible que l'on a imaginé à la question précédente, c'est la transformation n° 2).

**Exercice 1.8** pour s'entraîner**Chaleur échangée par un corps qui chute**

On lâche sans vitesse initiale dans le champ de pesanteur uniforme (de valeur  $g = 9,81m.s^{-2}$ ) un corps solide assimilé à un point matériel, de masse  $m = 5,0kg$ . A la fin de la chute (d'une hauteur de  $h = 2,0m$ ), sa vitesse est  $v_f = 9,0m.s^{-1}$ . Le travail des forces de frottement est  $W_1 = -50J$ . On suppose que la température ainsi que le volume du corps restent constante.

- 1) En déduire la variation d'énergie interne  $\Delta U$ .
- 2) Déterminer la variation d'énergie cinétique  $\Delta E_c$ .
- 3) Calculer les autres travaux des forces  $W_2$ .
- 4) Conclure en déterminant la chaleur  $Q$  échangée par ce corps en joules et en calories.

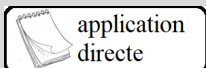
- 1)  $\Delta U = 0$ .
- 2)  $\Delta E_c = \frac{1}{2}m.v_f^2 = 2,0.10^2J$ .
- 3) Travail du poids :  $W_2 = -\Delta E_p = m.g.h = 98J$ .
- 4)  $Q = \Delta E_c + \Delta U - W_1 - W_2 = 1,5.10^2J = 37cal$ .

**Exercice 1.9** pour s'entraîner**Un bon bain chaud**

On veut préparer un bain de  $V_{tot} = 120L$  d'eau à  $\theta_0 = 35C$  en mélangeant un volume  $V_1$  d'eau chaude à  $\theta_1 = 72C$  et un volume  $V_2$  d'eau froide à  $\theta_2 = 16C$ . On négligera les échanges thermiques avec l'atmosphère et la baignoire.

- 1) Déterminer  $V_1$
- 2) et  $V_2$ .

- $$V_{tot} = V_1 + V_2 \text{ et } c.\mu.V_1\theta_1 + c.\mu.V_2\theta_2 = c.\mu.V_{tot}.\theta_0. \text{ Soit :}$$
- 1)  $V_1 = 41L$
  - 2)  $V_2 = 79L$ .

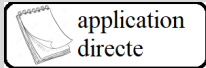
**Exercice 1.10** pour s'entraîner**Compressions d'un gaz parfait**

On comprime  $n = 1,0mol$  de dioxygène, assimilé à un gaz parfait diatomique depuis la température  $T_i = 300K$  et la pression  $P_i = 1,0.10^5Pa$ , jusqu'à la température  $T_f = 300K$  et la pression  $P_f = 5,0.10^5Pa$ .

- 1) Calculer les volumes :
  - 1.a)  $V_i$  initial,
  - 1.b) et  $V_f$  final.
- 2) Calculer travail et chaleur échangés par le gaz
  - 2.a) lors d'une compression isotherme ;
  - 2.b) lors d'une transformation isochore (de  $P_i$  à  $P_f$ ) suivie d'une transformation isobare (de  $V_i$  à  $V_f$ ).
  - 2.c) lors d'une transformation isobare (de  $V_i$  à  $V_f$ ) suivie d'une transformation isochore (de  $P_i$  à  $P_f$ ).

- 1) Volumes :
  - 1.a)  $V_i = \frac{n.R.T_i}{P_i} = 24L$ .
  - 1.b) et  $V_f = \frac{n.R.T_i}{P_f} = 5,0L$ .
- 2) Travail et chaleur échangés par le gaz :
  - 2.a) Compression isotherme :  $W = n.R.T_i \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) = 4,0kJ = -Q$ .
  - 2.b) Transformation isochore (de  $P_i$  à  $P_f$ ) :  $W_1 = 0$ , suivie d'une transformation isobare (de  $V_i$  à  $V_f$ ) :  $W_2 = -P_f.(V_f - V_i)$ . Donc :  $W = -P_f.(V_f - V_i) = 10kJ = -Q$ .
  - 2.c) Transformation isobare (de  $V_i$  à  $V_f$ ) :  $W_1 = -P_i.(V_f - V_i)$ , suivie d'une transformation isochore (de  $P_i$  à  $P_f$ ) :  $W_2 = 0$ . Donc :  $W = -P_i.(V_f - V_i) = 2,0kJ = -Q$ .





**Exercice 1.11** pour s'entraîner

### Bilan d'entropie pour un solide métallique chauffé

On s'intéresse à  $n = 1,0 \text{ mol}$  d'un métal solide de capacité thermique molaire égale à  $3.R$ . On négligera la variation de volume du solide.

1) On place le solide initialement à la température ambiante  $T_a = 300 \text{ K}$  dans de l'eau bouillante (à la température  $T_e = 373 \text{ K}$ ). Effectuer le bilan entropique : on déterminera pour le solide

- 1.a) la variation d'entropie  $\Delta S$  ;
- 1.b) l'entropie échangée  $S_{ech}$  ;
- 1.c) l'entropie créée  $S_{creee}$ .

2) On sort maintenant le solide de l'eau bouillante, et on le laisse se refroidir au contact de l'air ambiant à  $T_a = 300 \text{ K}$ . Effectuer le bilan entropique : on déterminera pour le solide

- 2.a) la variation d'entropie  $\Delta S$  ;
- 2.b) l'entropie échangée  $S_{ech}$  ;
- 2.c) l'entropie créée  $S_{creee}$ .

3) Le second principe est-il vérifié lors des deux transformations ?

1) Chauffage :

$$1.a) \quad \Delta S = 3.n.R. \ln \left( \frac{T_e}{T_a} \right) = 5,4 \text{ J.K}^{-1}.$$

$$1.b) \quad S_{ech} = 3.n.R. \frac{T_e - T_a}{T_e} = 4,9 \text{ J.K}^{-1}.$$

$$1.c) \quad S_{creee} = 3.n.R. \left[ \ln \left( \frac{T_e}{T_a} \right) - \frac{T_e - T_a}{T_e} \right] = 0,55 \text{ J.K}^{-1}.$$

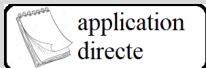
2) Refroidissement :

$$2.a) \quad \Delta S = 3.n.R. \ln \left( \frac{T_a}{T_e} \right) = -5,4 \text{ J.K}^{-1}.$$

$$2.b) \quad S_{ech} = 3.n.R. \frac{T_a - T_e}{T_a} = -6,1 \text{ J.K}^{-1}.$$

$$2.c) \quad S_{creee} = 3.n.R. \left[ \ln \left( \frac{T_a}{T_e} \right) - \frac{T_a - T_e}{T_a} \right] = 0,64 \text{ J.K}^{-1}.$$

3) Dans les deux cas,  $S_{creee} > 0$  : les transformations sont irréversibles.



**Exercice 1.12** pour s'entraîner

### Variation d'entropie d'un gaz parfait

1) Exprimer (à une constante près) l'entropie  $S$  de  $n$  moles d'un gaz parfait en fonction de son coefficient  $\gamma$ , de sa pression  $P$ , et du volume  $V$ .

2) En déduire la variation d'entropie  $\Delta S$  de  $n = 1,0 \text{ mol}$  de gaz parfait de coefficient  $\gamma = 1,4$  lorsqu'il passe de l'état initial de pression  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  et de volume  $V_0 = 24 \text{ L}$  à l'état final de pression  $P_1 = 5,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  en subissant :

- 2.a) une transformation adiabatique réversible ;
- 2.b) une transformation isochore ;
- 2.c) une transformation isotherme.

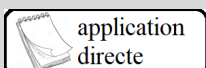
$$1) \quad S = \frac{n.R}{\gamma-1} \ln(P.V^\gamma) + cste.$$

2) Application :

$$2.a) \quad \text{Adiabatique réversible : } \Delta S = 0.$$

$$2.b) \quad \text{Isochore : } \Delta S = \frac{n.R}{\gamma-1} \ln \left( \frac{P_1}{P_0} \right) = 33 \text{ J.K}^{-1}.$$

$$2.c) \quad \text{Isotherme : } \Delta S = n.R. \ln \left( \frac{V_1}{V_0} \right) = n.R. \ln \left( \frac{P_0}{P_1} \right) = -13 \text{ J.K}^{-1}.$$



**Exercice 1.13** pour s'entraîner

### Bilan d'entropie pour une résistance électrique

Un courant électrique de  $I = 1,0 \text{ A}$  circule dans un conducteur ohmique, de résistance  $R = 30 \Omega$  pendant  $\Delta T = 10'$  qui plonge dans de l'eau bouillante (à la température  $T_0 = 373 \text{ K}$ ).

La température du résistor passe de la valeur initiale  $T_i = 373K$  à la valeur finale  $T_f = 400K$ . La capacité thermique du résistor est de  $C = 45J.K^{-1}$ .

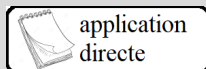
- 1) Effectuer le bilan entropique : on déterminera pour le résistor
  - 1.a) la variation d'entropie  $\Delta S$  ;
  - 1.b) l'entropie échangée  $S_{ech}$  ;
  - 1.c) l'entropie créée  $S_{creee}$ .

1) Bilan entropique :

$$1.a) \quad \Delta S = C \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = 3,1J.K^{-1}.$$

$$1.b) \quad S_{ech} = \frac{C \cdot (T_f - T_i) - R \cdot I^2 \cdot \Delta T}{T_0} = 2,5J.K^{-1}.$$

$$1.c) \quad S_{creee} = C \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - \frac{C \cdot (T_f - T_i) - R \cdot I^2 \cdot \Delta T}{T_0} = 0,69J.K^{-1}.$$



application  
directe

**Exercice 1.14** pour s'entraîner

### Variation d'entropie d'un solide chauffé ou refroidi

Un solide de capacité thermique  $C$ , initialement à la température  $T_i$ , est mis en contact thermique avec une source de chaleur de température invariable  $T_{ext}$ .

1) Exprimer pour la transformation du solide :

- 1.a) l'entropie échangée  $S_{ech}$  ;
- 1.b) la variation d'entropie  $\Delta S$  ;
- 1.c) l'entropie créée  $S_{creee}$ .

2) Vérifier le signe de l'entropie créée  $S_{creee}$  si la température initiale du solide est très proche de celle de la source :  $T_{ext} = T_i \cdot (1 + \varepsilon)$  avec  $\varepsilon \ll 1$ .

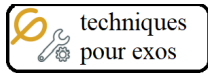
1) Solide :

$$1.a) \quad S_{ech} = C \frac{T_{ext} - T_i}{T_{ext}}.$$

$$1.b) \quad \Delta S = C \cdot \ln\left(\frac{T_{ext}}{T_i}\right).$$

$$1.c) \quad S_{creee} = C \cdot \left[ \ln\left(\frac{T_{ext}}{T_i}\right) - \frac{T_{ext} - T_i}{T_{ext}} \right].$$

2)  $T_{ext} = T_i \cdot (1 + \varepsilon)$  avec  $\varepsilon \ll 1$ .  $\Rightarrow S_{creee} \approx \frac{C}{2} \varepsilon^2 > 0$ .



**Techniques pour passer du cours aux exercices**  
(à maîtriser)

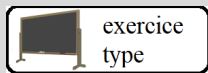
**Etudier des machines thermodynamiques réelles en régime stationnaire**

**Ecrire les lois de la thermodynamique pour les écoulements en régime stationnaire**

Pour une tranche finie entre l'entrée et la sortie d'un dispositif, il faut écrire la conservation du débit massique ( $D_{me} = D_{ms} = D_m$ ), le premier principe ( $\Delta e_p + \Delta e_c + \Delta h = w_u + q$ ) et parfois le second principe ( $\Delta s = s_e + s_c$ ).  
La plupart du temps, dans les dispositifs usuels,  $\Delta e_p = \Delta e_c \approx 0$ . On discerne : les échangeurs ( $w_u = 0$  mais  $q \neq 0$ ), les pompes ou compresseurs ( $w_u > 0$  et souvent  $q = 0$ ), les turbines ( $w_u < 0$  et souvent  $q = 0$ ) et les détenteurs ( $w_u = 0$  et souvent  $q = 0$ ).

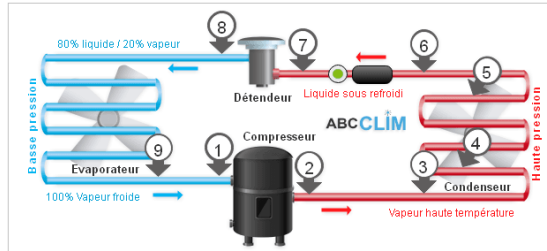
**Utiliser un diagramme de Mollier ( $P, h$ )**

On a souvent à associer un schéma technique d'une machine thermodynamique réelle à son cycle dans le diagramme de Mollier ; positionner des points dans le diagramme de Mollier (tracer un cycle réel) ; déterminer les caractéristiques physiques d'un point dans le diagramme de Mollier (température, état,  $s, h, P$ ).  
On détermine pour chaque élément technique le  $\Delta h$  par projection sur l'axe horizontal. On en déduit le rendement de la machine réelle en faisant apparaître les signes des échanges ( $q$  et  $w_u$ ).



**Exercice 1.15** (le prof fait cet exercice type jeudi)  
**Machines réelles**

**Les différents états du fluide frigorigère dans une installation**



- 1 - Pression HP entrée du compresseur (État du fluide : Vapeur BP)
- 2 - Pression HP sortie du compresseur (État du fluide : Vapeur HP)
- 3 - Entrée du condenseur (État du fluide : Vapeur HP) à 100°C
- Zone de désurchauffe de 3 - 4 (État du fluide : Vapeur HP)
- Zone de condensation de 4 - 5 (État du fluide : Passage de l'état vapeur à l'état liquide HP) à 40°C
- 6 - Sortie de condenseur (État du fluide : Liquide HP)
- 7 - Entrée détenteur (État du fluide : Liquide HP)
- 8 - Sortie détenteur (État du fluide : Liquide BP)
- Zone d'évaporation de 8 - 9 (État du fluide : Passage de l'état liquide à l'état vapeur BP) à -25°C
- 9 - Sortie évaporateur (État du fluide : Vapeur BP)

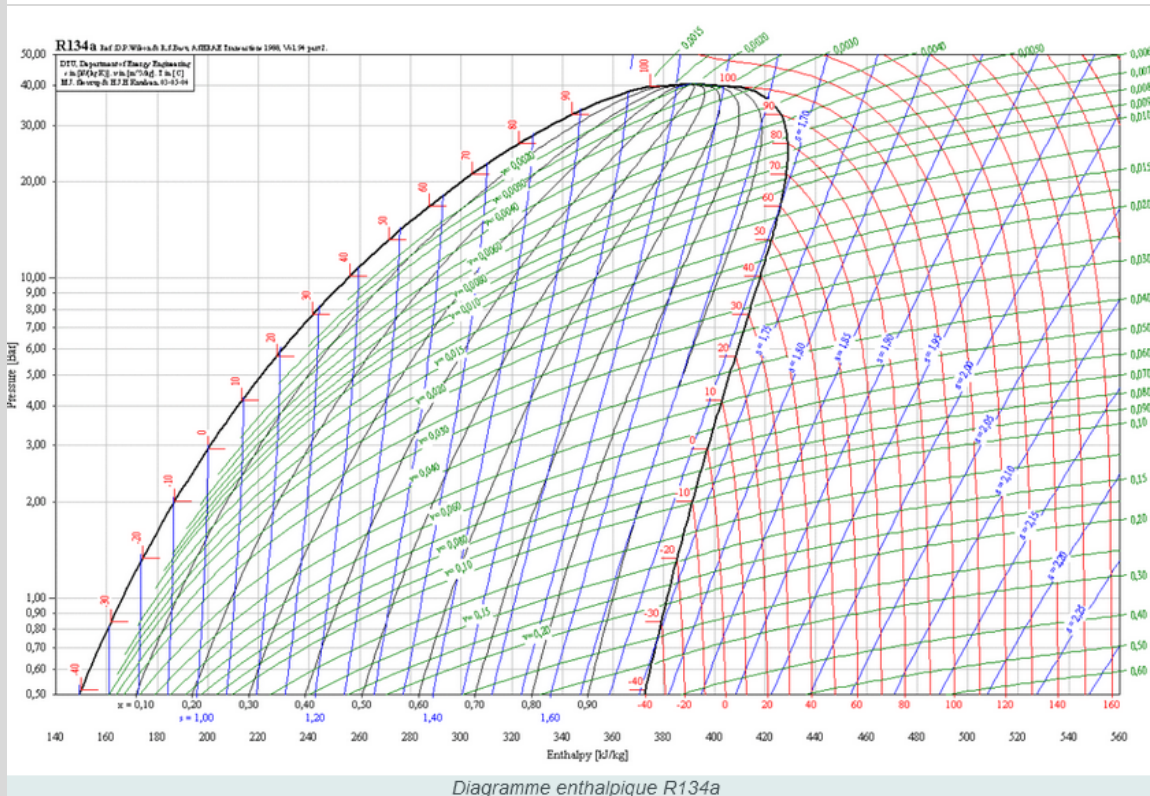
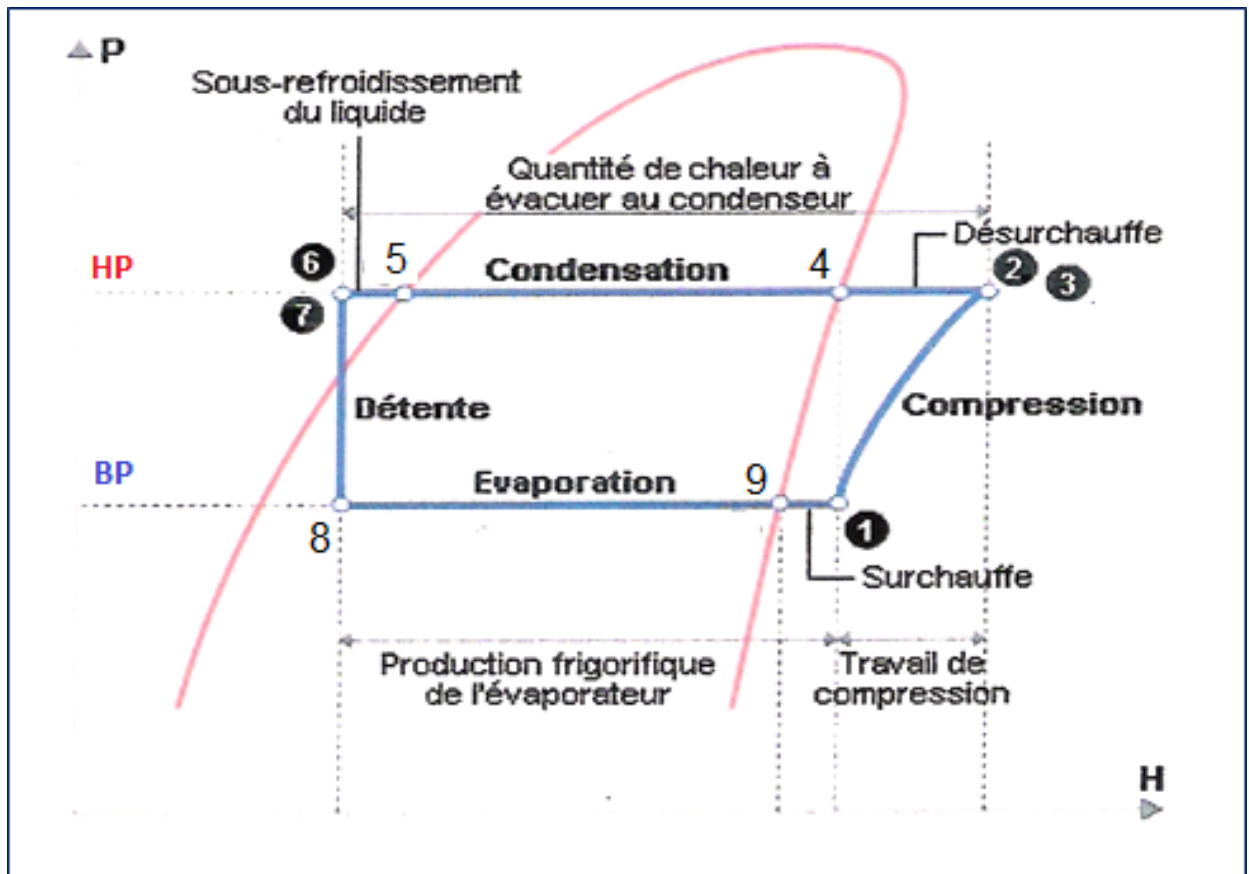


Diagramme enthalpique R134a

1) Déterminer la valeur de l'efficacité du congélateur qui fonctionne ainsi avec le fluide R134.



Transformations

- 8 → 9 – 1 : l'évaporateur. Le fluide subit une transformation isobare et son enthalpie augmente.
- 1 → 2 – 3 : le compresseur. Le fluide subit une compression isentropique et son enthalpie augmente.
- 3 → 4 – 5 – 6 – 7 : le condenseur. Le fluide subit une transformation isobare et son enthalpie diminue.
- 7 → 8 : le détendeur. Le fluide subit une détente isenthalpique.

L'efficacité  $\eta$  du congélateur est le rapport de l'énergie intéressante (celle qui est prélevée à la source froide,  $q_f$ ) sur celle qui est coûteuse (le travail utile  $w_u$ ) :

$$\eta = \frac{q_f}{w_u}$$

Dans l'évaporateur, puisque le fluide n'échange pas de travail utile

$$\Delta h_{8 \rightarrow 1} = q_f \approx 423 - 213 = 210 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Dans le compresseur, puisque le fluide subit une compression isentropique,

$$\Delta h_{1 \rightarrow 3} = w_u \approx 485 - 423 = 62 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

L'efficacité est donc :

$$\eta \approx \frac{210}{62} = 3,4$$



application  
directe

### Exercice 1.16 pour s'entraîner

#### Robinet mélangeur

Un robinet mélangeur admet de l'eau froide (température  $T_f$ , débit massique  $D_f$ ) et de l'eau chaude (température  $T_c$ , débit massique  $D_c$ ).

- Déterminer la température  $T$  de l'eau sortant du robinet.

On peut supposer le robinet adiabatique en régime permanent. La capacité thermique massique à pression constante  $c$  de l'eau ne dépend pas de la température. En régime permanent, l'enthalpie entrant dans le robinet pendant  $dt$  est égale à l'enthalpie sortant pendant la même durée :  $\mu.c.D_c.T_c.dt + \mu.c.D_f.T_f.dt = \mu.c.(D_c + D_f).T.dt$ , donc :

$$T = \frac{D_c.T_c + D_f.T_f}{D_c + D_f}$$



application  
directe

### Exercice 1.17 pour s'entraîner

#### Refrigérant

De l'air chaud ( $P_i = 6\text{bar}$ ,  $T_i = 500\text{K}$ , de chaleur massique à pression constante  $c_a = 1,0\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .) est refroidi de façon isobare jusqu'à la température  $T_f = 300\text{K}$ , dans un échangeur parfaitement calorifugé.

Le fluide réfrigérant est constitué par de l'eau (de chaleur massique  $c_e = 4,18\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) qui entre à la température  $\theta_e = 12^\circ\text{C}$  et qui sort à  $\theta_s$ . Le débit massique d'eau est  $D_e = 100\text{g.s}^{-1}$  et celui de l'air  $D_a = 6,5\text{g.s}^{-1}$ .

- Calculer  $\theta_s$ .

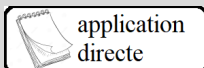
1) Bilan enthalpique pour l'air :  $P_{th_a} = D_a.c_a.(T_s - T_e)$ .

Bilan enthalpique pour l'eau :  $P_{th_e} = D_e.c_e.(\theta_s - \theta_e)$ .

Le système est calorifugé, aussi :  $P_{th_a} + P_{th_e} = 0$ .

Donc :

$$\theta_s = \theta_e - \frac{D_a.c_a}{D_e.c_e} (T_s - T_e) = 15^\circ\text{C}$$



application  
directe

### Exercice 1.18 pour s'entraîner

#### Mélangeur

Un robinet mélangeur admet de l'eau froide (température  $T_f$ , débit massique  $D_f$ ) et de l'eau chaude (température  $T_c$ , débit massique  $D_c$ ).

- Déterminer la température  $T$  de l'eau sortant du robinet.

1) On peut supposer le robinet adiabatique en régime permanent. La capacité thermique massique à pression constante  $c$  de l'eau ne dépend pas de la température. En régime permanent, l'enthalpie entrant dans le robinet pendant  $dt$  est égale à l'enthalpie sortant pendant la même durée :

$\mu.c.D_c.T_c.dt + \mu.c.D_f.T_f.dt = \mu.c.(D_c + D_f).T.dt$ , donc :

$$T = \frac{D_c.T_c + D_f.T_f}{D_c + D_f}$$



application  
directe

### Exercice 1.19 pour s'entraîner

#### Compresseur adiabatique

Un compresseur amène de l'air de l'état atmosphérique ( $P_i = 1\text{bar}$ ,  $T_i = 300\text{K}$ ) jusqu'à l'état final ( $P_f = 6\text{bar}$ ,  $T_f$ ) sans échange de chaleur. La puissance du moteur qui l'entraîne est  $P = 1,5\text{kW}$ , et le débit massique

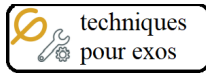
est  $D_m = 6,5g.s^{-1}$ . On assimilera l'air à un gaz parfait de capacité thermique massique à pression constante  $c_p = 1,0kJ.kg^{-1}.K^{-1}$ .

1) Calculer la température  $T_f$ .

1) Un bilan d'enthalpie donne :

$c_p \cdot D_m \cdot (T_f - T_i) = P$ , donc :

$$T_f = T_i + \frac{P}{c_p \cdot D_m} = 531K$$



**Techniques pour passer du cours aux exercices**  
(à maîtriser)

## Etudier des écoulements dans des conduites de section variable (tuyères)

### Écrire les lois de la thermodynamique pour les écoulements en régime stationnaire

Pour une tranche infinitésimale de longueur  $dx$  :

- écrire le premier principe :  $de_p + c dc + dh = \delta w_u + \delta q$ ;
- écrire la conservation du débit massique :  $\frac{dc}{c} + \frac{dA}{A} + \frac{d\mu}{\mu} = 0$ ;
- écrire le second principe :  $ds \geq \frac{\delta q}{T}$

### Utiliser les hypothèses de l'énoncé pour trouver une équation différentielle

La tuyère est-elle horizontale ou de petite dimension (si oui :  $de_p = 0$ ) ?

Y a-t-il des pièces mobiles (si non :  $\delta w_u = 0$ ) ?

S'agit-il d'un écoulement adiabatique ( $\delta q = 0$ ) ?

réversible ( $ds = \frac{\delta q}{T}$ ) ?

isentropique (si c'est un gaz parfait en écoulement isentropique :  $\frac{dP}{P} = \gamma \frac{d\mu}{\mu}$ ) ?

Est-ce un gaz parfait (si c'est un gaz parfait :  $\frac{dP}{P} = \frac{d\mu}{\mu} + \frac{dT}{T}$ ) ?

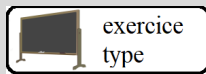
Connaît-on le long de la tuyère l'évolution de la vitesse ( $c(x)$ ) ?

Connaît-on le long de la tuyère l'évolution de la section ( $A(x)$ ) ?

Doit-on transformer les variables thermodynamiques (par exemple avec  $dh = T ds + v dP = T ds + \frac{dP}{\mu}$ ) ?

### Intégrer l'équation différentielle trouvée

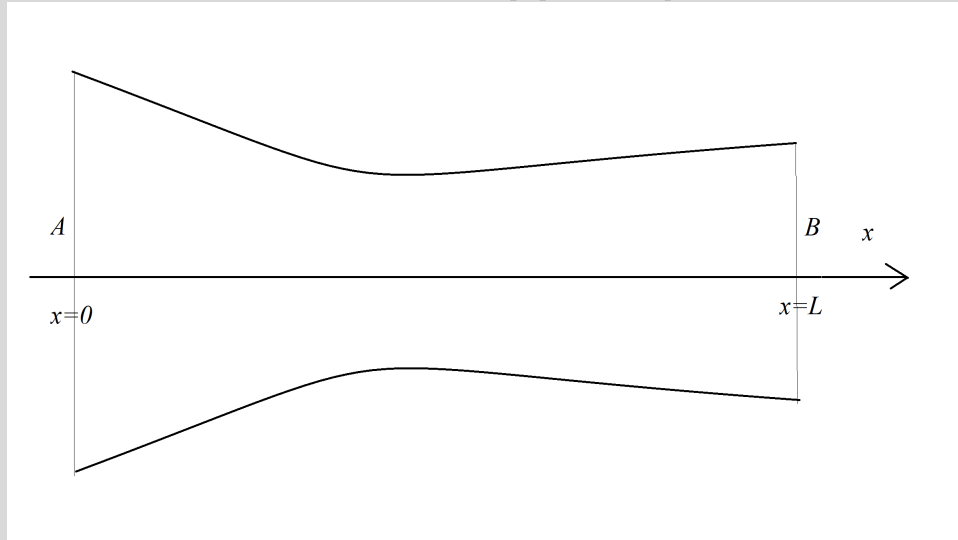
En utilisant les conditions aux limites (en particulier  $P = P_{\text{atm}}$  si une ouverture libre).



### Exercice 1.20 (le prof fait cet exercice type jeudi)

#### Tuyères

On s'intéresse à un écoulement unidimensionnel (suivant  $x$ ) d'un gaz parfait de masse molaire  $M$  de coefficient  $\gamma$  en régime stationnaire dans un cylindre de section variable, la tuyère. On supposera le fonctionnement réversible et les bords athermes : l'écoulement est isentropique. On se placera dans le référentiel de la tuyère.



Les notations sont les suivantes :

$A(x)$  est la section de la tuyère à la cote  $x$ ;  $P(x)$ , la pression;  $\mu(x)$ , la masse volumique;  $c(x)$ , la vitesse du gaz.

L'entrée de la tuyère est en  $A$ , la sortie en  $B$ , la longueur est notée  $L$ . On supposera que la vitesse en entrée de la tuyère est très faible devant celle en sortie ( $c_A \ll c_B$ ) et que la vitesse du son  $c_{\text{son}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$  est quasi constante.

- 1) Déterminer l'aire  $A(x)$  de la tuyère pour que la vitesse  $y$  varie de façon affine :  $c(x) = c_A + \frac{c_B - c_A}{L}x$ .

- En suivant la méthode, pour une tranche infinitésimale de longueur  $dx$  :
- le premier principe s'écrit :  $de_p + c dc + dh = \delta w_u + \delta q$  (1) ;
  - la conservation du débit massique :  $\frac{dc}{c} + \frac{dA}{A} + \frac{d\mu}{\mu} = 0$  (2) ;
  - le second principe :  $ds \geq \frac{\delta q}{T}$ .

Utilisons maintenant les hypothèses de l'énoncé :

la tuyère est horizontale :  $de_p = 0$  ;

il n'y a pas de pièces mobiles :  $\delta w_u = 0$  ;

c'est un écoulement adiabatique :  $\delta q = 0$  ;

réversible :  $ds = \frac{\delta q}{T} = 0$  (que l'on savait déjà car isentropique) ;

c'est un gaz parfait en écoulement isentropique :  $\frac{dP}{P} = \gamma \frac{d\mu}{\mu}$  (3) ;

on connaît le long de la tuyère l'évolution de la vitesse :  $c(x) = c_A + \frac{c_B - c_A}{L} x \Rightarrow dc = \frac{c_B - c_A}{L} dx$  (4).

On cherche le long de la tuyère l'évolution de la section ( $A(x)$ ). Le système d'équations est le suivant :

$$c dc + dh = 0 \quad (1) ;$$

$$\frac{dc}{c} + \frac{dA}{A} + \frac{d\mu}{\mu} = 0 \quad (2) ;$$

$$\frac{dP}{P} = \gamma \frac{d\mu}{\mu} \quad (3) ;$$

$$c(x) = c_A + \frac{c_B - c_A}{L} x \quad (4)$$

$$\text{Utilisons de plus } dh = T ds + \frac{dP}{\rho} = \frac{dP}{\rho} \quad (5).$$

Résolution :

$$(2) \text{ devient : } \frac{dA}{A} = -\frac{dc}{c} - \frac{d\mu}{\mu}$$

$$(3) \Rightarrow \frac{dA}{A} = -\frac{dc}{c} - \frac{1}{\gamma} \frac{dP}{P}$$

$$(1) \text{ et } (5) \Rightarrow \frac{dP}{\rho} = -c dc \text{ donc } \frac{dA}{A} = -\frac{dc}{c} + \frac{\mu}{\gamma P} c dc$$

On reconnaît  $c_{son} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$  donc l'équation à intégrer est celle d'Hugoniot :

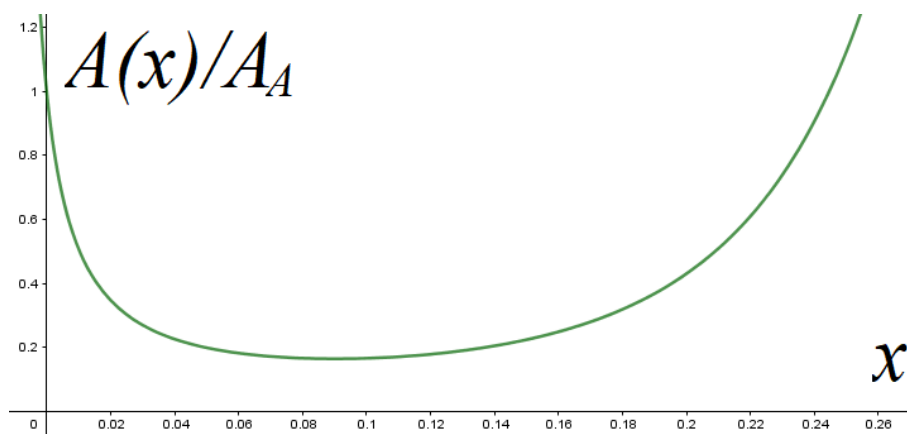
$$\frac{dA}{A} = \left( \frac{c^2}{c_{son}^2} - 1 \right) \frac{dc}{c}$$

L'intégration donne :

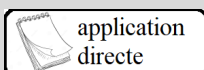
$$\ln \left( \frac{A(x)}{A_A} \right) = \frac{c(x)^2 - c_A^2}{2 c_{son}^2} - \ln \left( \frac{c(x)}{c_A} \right) \Rightarrow A(x) = A_A \frac{c_A}{c(x)} \exp \left( \frac{c(x)^2 - c_A^2}{2 c_{son}^2} \right)$$

Il suffit maintenant de remplacer  $c(x)$  par son expression (4) :

$$A(x) = A_A \frac{c_A}{c_A + \frac{c_B - c_A}{L} x} \exp \left( \frac{\left( c_A + \frac{c_B - c_A}{L} x \right)^2 - c_A^2}{2 c_{son}^2} \right) \approx \frac{A_A}{1 + \frac{c_B - c_A}{c_A} \frac{x}{L}} \exp \left( \frac{2 c_A c_B \frac{x}{L} + c_B^2 \left( \frac{x}{L} \right)^2}{2 c_{son}^2} \right)$$



La tuyère est d'abord convergente (pour les écoulements subsoniques) puis divergente (pour les écoulements supersoniques).



application  
directe

**Exercice 1.21** pour s'entraîner  
**Détente d'air dans une tuyère**



On considère l'écoulement d'air (gaz diatomique supposé parfait caractérisé par  $\gamma = \frac{7}{5}$ ) dans une conduite cylindrique horizontale de section variable, rigide et atherme.

Les données techniques sont les suivantes : le débit massique est  $D_m = 3kg.s^{-1}$  ; à l'entrée, la vitesse est  $c_e = 300m.s^{-1}$ , la masse volumique  $\mu_e = 5kg.m^{-3}$ , la pression est  $p_e = 5,4bar$  et la température est  $T_e = 573K$  ; à la sortie, la vitesse est  $c_s = 500m.s^{-1}$ , la masse volumique  $\mu_s = 1kg.m^{-3}$ , la pression est  $p_s = 1bar$  et la température  $T_s$ .

On donne la masse molaire de l'air :  $M = 29g.mol^{-1}$ .

1) Relier la variation d'enthalpie massique entre l'entrée de la conduite et la sortie, à la variation d'énergie cinétique massique correspondante.

2) En déduire la température de l'air à la sortie. Comparer cette détente à la détente de Joule-Thomson.

3) Quelle est la variation d'entropie de cette masse d'air ? L'écoulement est-il réversible ou irréversible ? Justifier.

4) Calculer les aires des sections droites de la conduite à l'entrée et à la sortie.

1) Le premier principe pour les systèmes ouverts implique dans ce cas :

$$\frac{c_e^2}{2} + h_e = \frac{c_s^2}{2} + h_s$$

2)  $h_s - h_e = c_p.(T_s - T_e)$

avec la capacité calorifique massique :  $c_p = \frac{\gamma.r}{\gamma-1}$  où  $r = \frac{R}{M}$ .

$$\Rightarrow T_s = T_e + \frac{\gamma-1}{2.\gamma.r} (c_e^2 - c_s^2) = 493K$$

alors que la détente de Joule-Thomson est isenthalpique, donc isotherme pour un gaz parfait.

3) L'entropie suit la loi :

$$dh = T.ds + v.dP = c_p.dT = \frac{\gamma.r}{\gamma-1} dT \Rightarrow ds = \frac{\gamma.r}{\gamma-1} \frac{dT}{T} - r.\frac{dP}{P}$$

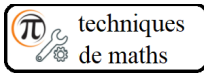
qui s'intègre en :

$$s_s = s_e + \frac{\gamma.r}{\gamma-1} \ln \frac{T_s}{T_e} - r \frac{P_s}{P_e} = 334J.K^{-1}$$

Comme la paroi est atherme, l'entropie échangée est nulle : toute la variation d'entropie est due à une création d'entropie. Ainsi, l'écoulement est irréversible.

4) Les aires des sections de la conduite, à l'entrée  $S_e$  et à la sortie  $S_s$ , sont telles que le débit massique se conserve :

$$D_m = \mu_s.c_s.S_s = \mu_e.c_e.S_e \Rightarrow \begin{cases} S_e = \frac{D_m}{\mu_e.c_e} = 20cm^2 \\ S_s = \frac{D_m}{\mu_s.c_s} = 60cm^2 \end{cases}$$



## Techniques mathématiques à maîtriser Fonctions de plusieurs variables

**Fonctions de plusieurs variables :** les fonctions d'état thermodynamiques sont des grandeurs thermodynamiques qui ne dépendent que de l'état d'équilibre thermodynamique. Ce sont des fonctions mathématiques de  $v$  variables où  $v$  est la variance.

Exemple  $f : (x; y) \mapsto f(x; y)$

Imaginons pour simplifier que le nombre de variables est 2 et nommons les  $x$  et  $y$  (en thermodynamique, on dira que la variance  $v$  est égale à 2). On généralisera sans peine.

**Transformation infinitésimale :** lors d'une transformation infinitésimale ( $x \rightarrow x + dx$  et  $y \rightarrow y + dy$ ), la variation  $\delta f$  de  $f$  est alors une différentielle totale et est notée  $df$ . La fonction d'état  $f$  va passer de  $f$  à  $f + df$  avec :

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$$

La dérivée explicite de  $f$  à  $y$  constant est  $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y$ , elle est obtenue en considérant  $y$  comme constante dans l'expression de  $f$  lors de la dérivation.

De la même façon, on définit  $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x$ .

**Propriétés des dérivées partielles :**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y\right)_x = \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x\right)_y = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = \frac{1}{\left(\frac{\partial x}{\partial f}\right)_y} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

**Lors d'une transformation finie :**

$$\left. \begin{array}{l} E_1 \\ x_1 \\ y_1 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} E_2 \\ x_2 = x_1 + \Delta x \\ y_2 = y_1 + \Delta y \end{array} \right.$$

quel que soit le "chemin suivi" par la transformation, la fonction d'état  $f$  va passer de  $f_1$  à  $f_2$  avec :

$$\Delta f = \int_{f_1}^{f_2} df = f_2 - f_1$$

qui ne dépend pas du chemin suivi, seulement des états initial ( $E_1$ ) et final ( $E_2$ ).

**Forme différentielle :** lors d'une transformation infinitésimale ( $x \rightarrow x + dx$  et  $y \rightarrow y + dy$ ),

$$\delta g = \alpha dx + \beta dy$$

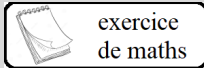
$\delta g$  est appelée forme différentielle.

$g = \int_{1 \rightarrow 2} \delta g$  dépend a priori du chemin suivi de l'état initial à l'état final

$$g(\text{chemin } A) \neq g(\text{chemin } B)$$

**Condition pour qu'une forme différentielle soit une différentielle totale :**

$$\delta g = \alpha dx + \beta dy = dg = \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_x dy \Leftrightarrow \left(\frac{\partial \beta}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y}\right)_x$$

exercice  
de maths**Exercice 1.22** pour s'entraîner**Calcul d'une différentielle d'une fonction de deux variables**1) Différentier la fonction  $f(x, y) = \frac{x^2}{y}$ 

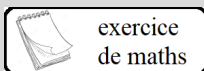
1) Première dérivée partielle :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{y}$$

et la seconde :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-x^2}{y^2}$$

$$\text{donc } df = \frac{2x}{y} dx - \left(\frac{x}{y}\right)^2 dy.$$

exercice  
de maths**Exercice 1.23** pour s'entraîner**Calcul d'une différentielle d'une fonction de trois variables**1) Différentier la fonction  $f(x, y, z) = \frac{x^2}{yz}$ 

1) Première dérivée partielle :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{yz}$$

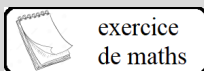
la seconde :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-x^2}{y^2 z}$$

la troisième :

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{-x^2}{z^2 y}$$

$$\text{donc } df = \frac{2x}{y} dx - \frac{x^2}{y^2 z} dy - \frac{x^2}{z^2 y} dz.$$

exercice  
de maths**Exercice 1.24** pour s'entraîner**Montrer qu'une forme différentielle est une différentielle totale**1) Montrer que la forme différentielle  $\delta g = \frac{2x}{y} dx - \left(\frac{x}{y}\right)^2 dy$  est une différentielle totale d'une fonction  $f$ .1)  $\delta g$  est de la forme  $\delta g = \alpha dx + \beta dy$  avec  $\alpha = \frac{2x}{y}$  et  $\beta = -\left(\frac{x}{y}\right)^2$ .

Calculons

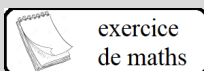
$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{-2x}{y^2}$$

et :

$$\frac{\partial \beta}{\partial x} = \frac{-2x}{y^2}$$

ainsi

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{\partial \beta}{\partial x}$$

donc  $\delta g = df$ .exercice  
de maths**Exercice 1.25** pour s'entraîner**Montrer qu'une forme différentielle n'est pas une différentielle totale**

1) Montrer que la forme différentielle  $\delta g = \frac{x}{y} dx + \left(\frac{x}{y}\right)^2 dy$  n'est pas une différentielle totale.

1)  $\delta g$  est de la forme  $\delta g = \alpha dx + \beta dy$  avec  $\alpha = \frac{x}{y}$  et  $\beta = \left(\frac{x}{y}\right)^2$ .

Calculons

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{-x}{y^2}$$

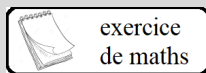
et :

$$\frac{\partial \beta}{\partial x} = \frac{+2x}{y^2}$$

ainsi

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} \neq \frac{\partial \beta}{\partial x}$$

donc  $\delta g \neq df$ .



**Exercice 1.26** pour s'entraîner

### Relation circulaire sur les dérivées partielles dans le cas des gaz parfaits

1) On part de la relation  $PV = nRT$  où  $n$  et  $R$  sont des constantes. Vérifier que

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

en prenant  $x = P$ ,  $y = V$  et  $z = T$ .

1) D'une part  $P = nR\frac{T}{V}$  donc

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -nR\frac{T}{V^2}$$

D'autre part  $V = nR\frac{T}{P}$  donc

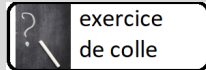
$$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{nR}{P}$$

Enfin  $T = \frac{PV}{nR}$  donc

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = \frac{V}{nR}$$

Aussi, on vérifie que

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -nR\frac{T}{V^2} \times \frac{nR}{P} \times \frac{V}{nR} = -\frac{nR}{PV} = -1$$



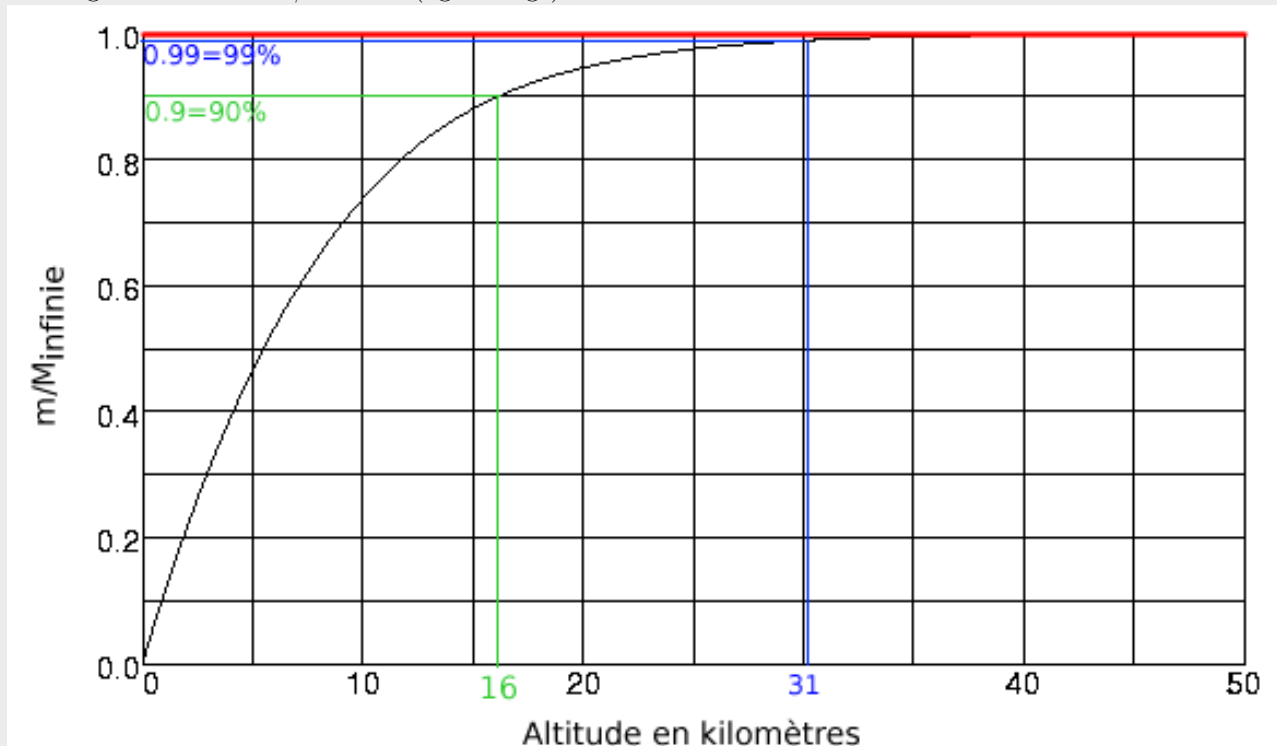
exercice  
de colle

### Exercice 1.27

Quelle est l'épaisseur de l'atmosphère ?

Quelle est l'épaisseur de l'atmosphère ? Cette question n'a pas de réponse précise unique. En effet, plus on s'éloigne de la surface de la Terre moins l'atmosphère est dense, cela signifie que plus l'altitude augmente moins il y a de molécules dans un volume donné d'atmosphère. Le passage de l'atmosphère à l'espace est donc progressif et décider d'une limite supérieure pour l'atmosphère est d'autant plus difficile.

La figure suivante illustre cette notion. Elle ne représente pas l'évolution de la densité de l'atmosphère avec l'altitude mais la distribution de la masse de l'atmosphère en fonction de l'altitude, qui a été déduite des valeurs de densité. L'axe des ordonnées indique la proportion massique de l'atmosphère. Sur cette figure l'asymptote est la ligne horizontale  $m/M_{inf}=1$  (ligne rouge).



Distribution de la masse de l'atmosphère en fonction de l'altitude

Droits réservés - © 2004 Public Domain Aeronautical Software

L'axe des abscisses représente l'altitude  $z$  en kilomètres. L'axe des ordonnées le rapport entre d'une part  $m$ , la masse de l'atmosphère comprise entre la surface du sol et l'altitude  $z$  et d'autre part  $M_{inf}$ , la masse totale de l'atmosphère calculée en intégrant la densité de l'atmosphère du sol à une altitude infinie.

Source : How thick is the Earth's atmosphere? , PDAS.

(issu de <http://planet-terre.ens-lyon.fr/article/epaisseur-atmosphere.xml>)

On considère l'atmosphère comme un gaz parfait (de coefficient  $\gamma = \frac{7}{5}$ ) dans le champ de pesanteur uniforme  $\vec{g} = -g \cdot \vec{u}_z$ , de masse molaire  $M = 29,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

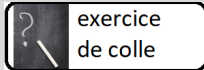
1) Rappeler la relation fondamentale de l'hydrostatique. La projeter sur un axe  $Oz$  ascendant.

2) Déterminer la loi  $P(z)$  qui donne la pression en fonction de l'altitude et estimer l'épaisseur de l'atmosphère dans chacun des cas suivants :

2.a) la température est constante :  $T = 300\text{K}$  ;

2.b) la température suit une loi polytropique, c'est-à-dire que la température à l'altitude  $z$  est :  $T(z) = T_0 - a z$ , où  $T_0 = 12 \text{ C}$  et  $a = 6,5 \text{ C/km}$  ;

2.c) il n'y a pas d'échanges thermiques dans l'atmosphère qui évolue de façon réversible.



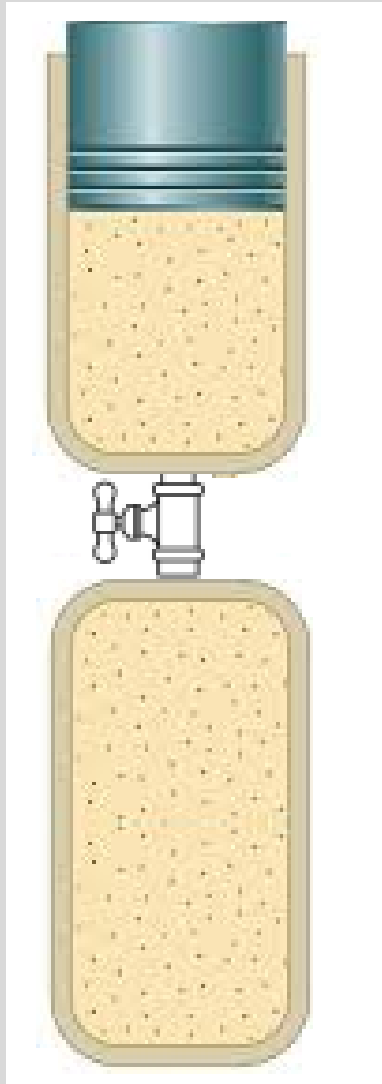
exercice  
de colle

### Exercice 1.28

#### Un cylindre avec deux compartiments

(Centrale 2007)

L'une des extrémités d'un cylindre est fermée par une paroi fixe et l'autre par un piston mobile de masse négligeable qui peut glisser sans frottements sur la paroi. On exerce une pression  $P_0$  constante sur le piston. Le cylindre a deux compartiments  $A$  et  $B$  séparés par une paroi fixe munie d'une valve. Les parois et le piston sont supposés athermes et de capacité calorifique négligeable. Initialement, la valve est fermée, le compartiment  $A$  a un volume  $V_A$  et contient  $n$  moles d'un gaz parfait tandis que le compartiment  $B$ , de volume  $V_B$  est vide. On ouvre la valve.



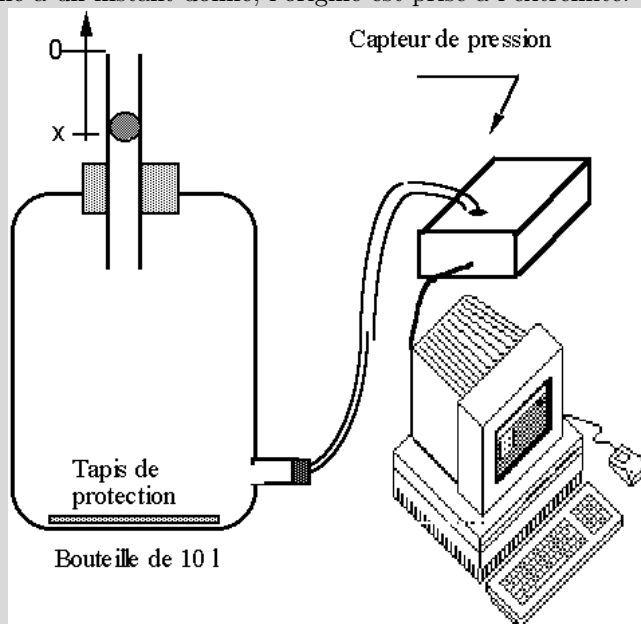
- 1) Montrer que, selon que  $V_B$  est supérieur ou inférieur à un volume  $V_L$ , on a deux types de solutions.
- 2) Si  $V_B < V_L$ , calculer  $P_1$ ,  $V_1$ ,  $T_1$  en fonction des données de l'énoncé et de  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ .
- 3) Calculer  $V_L$  en fonction de  $V_A$  et de  $\gamma$ .
- 4) Dans le cas où  $V_B > V_L$ , calculer  $P_2$ ,  $V_2$ ,  $T_2$ .

**exercice de colle**

**Exercice 1.29  
Expérience de Rüchardt**

Nous adopterons les notations suivantes :

- $m$  = masse de la bille = 16,6 g ;
- $s$  = section intérieure du tube =  $2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  ;
- $V_0$  = volume total (pour  $x = 0$ ) = 10 L ;
- $p_0$  = pression atmosphérique =  $10^5 \text{ Pa}$  ;
- $p$  = pression régnant dans le flacon ;
- $g$  = accélération de la pesanteur =  $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  ;
- $C_p$  = capacité calorifique molaire à pression constante ;
- $C_v$  = capacité calorifique molaire à volume constant ;
- $T_0$  = la température extérieure = 293 K ;
- $T$  = la température à un instant donné du gaz situé dans le récipient ;
- $x$  = la position de la bille à un instant donné, l'origine est prise à l'extrémité.



La méthode de Rüchardt permet de déterminer le rapport  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  des capacités thermiques à pression et volume constant en étudiant le mouvement d'une bille dans un tube en verre. La bille métallique, de diamètre très voisin de celui du tube se comporte comme un piston étanche. On néglige les frottements.

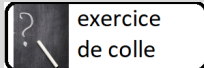
Lorsqu'on lâche la bille dans le tube de section  $s$ , on observe des oscillations autour d'une position d'équilibre. La méthode consiste à mesurer la période d'oscillation  $\theta$  du mouvement de la bille dans le tube ou des oscillations de pression.

Pour cela, on enregistre la pression à l'aide d'un capteur de pression pendant 25 secondes.

- 1) En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à la bille, établir l'équation du mouvement de la bille. Préciser en particulier la pression à l'équilibre.
- 2) D'un point de vue thermodynamique, le phénomène est considéré comme pratiquement quasistatique et adiabatique. L'air contenu dans la bouteille est assimilé à un gaz parfait.  
Etablir la relation entre  $p$ ,  $V$ ,  $p_0$ ,  $V_0$  et  $\gamma$  (la loi de Laplace).  
En déduire  $\frac{dp}{dV}$  au voisinage de  $(p_0, V_0)$ .
- 3) Les écarts de pression et de volume étant faibles, on approxime  $dV$  par  $V - V_0 = s x$  et  $dp$  par  $p - p_0$ .  
En déduire  $p - p_0$  en fonction de  $x$ .
- 4) En déduire l'équation différentielle du mouvement vertical de la bille :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\gamma p_0 s^2}{m V_0} x = -g$$

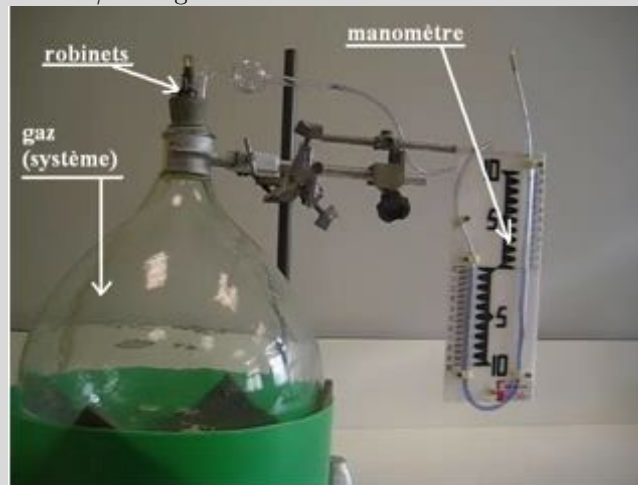
- 5) En déduire la période  $\theta$  du signal. La période vaut 1,12 s. En déduire  $\gamma$ . Commenter la valeur obtenue.  
Remarque : on observe en fait un amortissement des oscillations du aux échanges thermiques avec la paroi.



exercice  
de colle

### Exercice 1.30 Expérience de Clément et Desormes

En 1819, Charles Clément et Nicolas Desormes publient les données détaillées de l'expérience qu'ils ont conçue pour mesurer le coefficient  $\gamma$  d'un gaz.



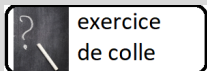
Un récipient de volume  $V_0$ , dont les parois transmettent faiblement la chaleur, contient un gaz à pression  $P_1$  légèrement supérieure à la pression extérieure  $P_0$ , à la température  $T_0$ . Il est fermé par un robinet et un tube en U contenant un liquide de masse volumique  $\mu$ . Le robinet est initialement fermé et la dénivellation du liquide vaut  $h$ .

On ouvre le robinet, le volume passe à  $V_2$ . La dénivellation du liquide devient presque instantanément nulle et on note  $T_2$  la température du gaz dans l'enceinte juste après ouverture. On referme le robinet : la quantité de matière diminue puisqu'on reprend le volume  $V_0$ .

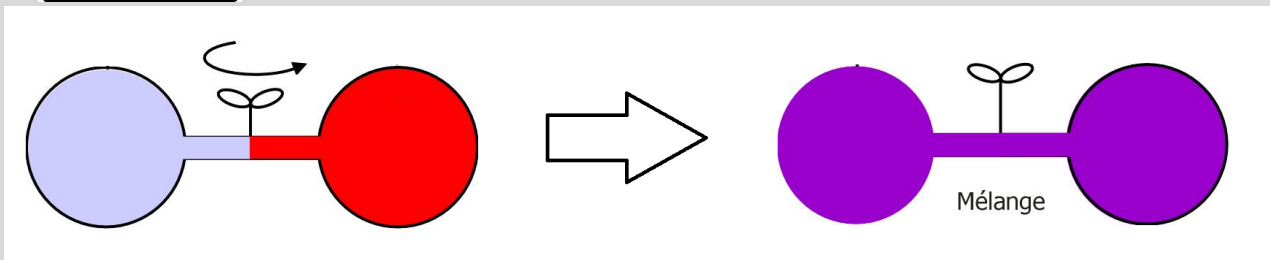
Après un certain temps, la dénivellation atteint un niveau  $h'$ .

- 1) Décrire qualitativement l'évolution du système, notamment les variations de température.
- 2) Donner  $\frac{T_2}{T_0}$  en fonction de  $P_0$ ,  $\mu$ ,  $g$ ,  $h$  et  $\gamma$ .
- 3) Donner  $\frac{T_2}{T_0}$  en fonction de  $P_0$ ,  $\mu$ ,  $g$ ,  $h'$ .
- 4) En déduire  $\gamma$  en fonction de  $h$  et  $h'$ .
- 5) Quel est l'intérêt de ce dispositif?





**Exercice 1.31**  
**Entropie de mélange de liquides et gaz**



**1) Entropie de mélange de liquides**

On mélange, à pression constante, une masse  $m_1 = 0,50kg$  de pétrole (de chaleur massique  $c = 2,1J.K^{-1}.g^{-1}$ ), à la température  $\theta_1 = 77C$ , avec une masse  $m_2 = 2,0kg$  de pétrole à la température  $\theta_2 = 17C$ .

Faire un bilan d'entropie pour le système que constituent les deux corps en fonction de  $m_1, m_2, T_1$  et  $T_2, c$  et  $T$ . On fera aussi l'application numérique, pour :

- 1.a)** l'entropie échangée  $S_{ech}$  ;
- 1.b)** la variation d'entropie  $\Delta S$  ;
- 1.c)** l'entropie créée  $S_{creee}$ .

**2) Entropie de mélange de gaz**

Deux récipients ( $A$ ) et ( $B$ ) calorifugés communiquent par un robinet. Initialement, les deux récipients sont à la même température  $T_i$  et à la même pression  $P_i$ , et

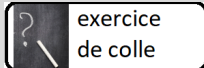
- ( $A$ ) contient  $n(N_2) = 4,0$  mol de diazote ;
- ( $B$ ) contient  $n(O_2) = 1,0$  mol de dioxygène.

On considérera les gaz comme parfaits et on pose  $V_{tot} = V_A + V_B$ , où  $V_A$  et  $V_B$  sont respectivement les volumes de ( $A$ ) et de ( $B$ ).

On rappelle que l'entropie d'un gaz parfait à la pression  $P$  qui occupe un volume  $V$  est  $S = \frac{n.R}{\gamma-1} \ln(P.V^\gamma) + cste$ .

**3) Déterminer**

- 3.a)** la variation d'entropie  $\Delta S(O_2)$  pour le dioxygène ;
- 3.b)** la variation d'entropie  $\Delta S(N_2)$  pour le diazote ;
- 3.c)** l'entropie créée  $S_{creee}$ .



exercice  
de colle

### Exercice 1.32 Contact thermique direct de deux solides

Lorsqu'un échange de chaleur se produit, il s'accompagne en général d'une création d'entropie traduisant l'irréversibilité du phénomène. Le sujet qui suit en propose une analyse.

Certaines questions nécessitent une réponse qualitative concise en 3 ou 4 lignes maximum.

I) Un système homogène à la température  $T$  subit une transformation infinitésimale isobare en n'échangeant aucun autre travail que celui de dilatation-compression.

I.1) Relier sa variation d'enthalpie  $dH$  à la chaleur  $\delta Q$  qu'il échange.

I.2) Exprimer  $dH$  en fonction de  $dS$  pour une transformation réversible,  $S$  étant l'entropie du système.

I.3) Définir la capacité calorifique  $C_p$  à pression constante à partir d'une dérivée de  $H$ , puis d'une dérivée de  $S$ .

Dans toute la suite du problème, on ne considérera que des systèmes solides subissant des transformations isobares et pour lesquels les capacités calorifiques (respectivement les chaleurs massiques) à pression constante seront simplement notées  $C$  (respectivement  $c$ ) en omettant l'indice  $p$ .



II) Deux solides homogènes ( $\Sigma_1$ ) et ( $\Sigma_2$ ), de capacités calorifiques  $C_1$  et  $C_2$  initialement aux températures  $T_{10}$  et  $T_{20}$ , sont placés en contact dans une enceinte calorifugée.

II.1) Calculer la température finale  $T_f$  du système.

II.2) On considère ( $\Sigma_1$ ) seul.

II.2.a) Calculer sa variation d'entropie  $\Delta S_1$ .

II.2.b) Calculer l'entropie  $S_{e1}$  qu'il échange et l'entropie créée  $S_{c1}$ .

II.2.c) Les signes de  $\Delta S_1$ ,  $S_{e1}$  et  $S_{c1}$  ont-ils quelque chose de particulier ?

II.2.d) Pourquoi n'utilise-t-on pas le symbole  $\Delta$  pour les termes entropiques d'échange et de création ?

II.3) On considère ( $\Sigma_2$ ) seul. Calculer comme ci-dessus  $\Delta S_2$ ,  $S_{e2}$  et  $S_{c2}$ .

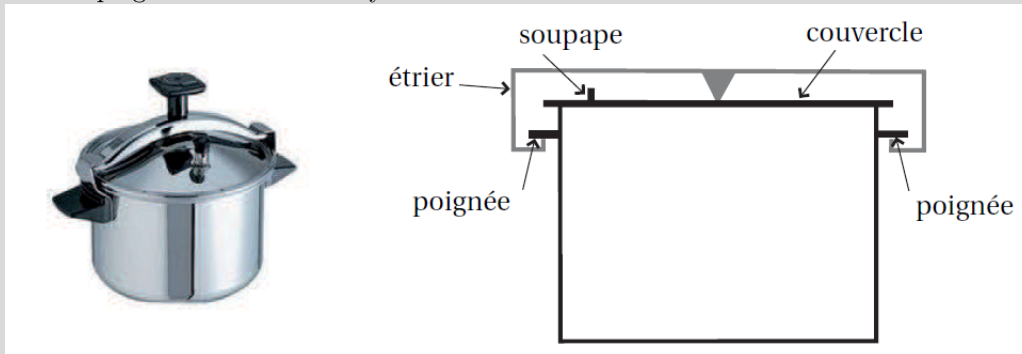
II.4) On envisage maintenant le système  $(\Sigma_1) \cup (\Sigma_2)$ . Calculer  $\Delta S$ ,  $S_e$  et  $S_c$ .

II.5) Quel lien existe-t-il entre  $S_{c1}$ ,  $S_{c2}$  et  $S_c$  ?

**exercice de colle**

**Exercice 1.33**  
**Étude d'une cocotte-minute**

Un autocuiseur est constitué par un cylindre rigide, d'axe vertical, de rayon intérieur  $R = 14$  cm, de hauteur intérieure  $h = 16$  cm. son couvercle, de masse  $M = 500$  g, est tenu par un étrier qui s'appuie par ses deux extrémités sur des poignées solidaires du cylindre.



Le couvercle comporte une soupape de masse  $m$  qui se soulève et s'ouvre quand la différence de pression entre l'extérieur et l'intérieur est supérieure à 690 mbar. Elle s'abaisse et se ferme dans le cas contraire. Quand elle est fermée, la pression qui s'exerce sur elle est la pression intérieure sur une surface  $s = 2 \text{ mm}^2$  et la pression extérieure sur le reste de sa surface.

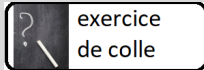
L'air ambiant est à la température  $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$  et à pression  $p_0 = 1,0$  bar.

On verse 1 L d'eau dans l'autocuiseur, on le ferme et on le chauffe avec la puissance :  $P_1 = 2,0$  kW. Quand son contenu est à la température  $\theta$ , il cède la puissance :  $P_2 = K(\theta - \theta_0)$  à l'extérieur, avec  $K = 4,0 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$ .

- 1) Quelle est la masse  $m$  de la soupape ?
- 2) Quand la soupape se soulève la première fois, la température du contenu de l'autocuiseur est de  $85^\circ\text{C}$ . En déduire la valeur de la pression de vapeur saturante de l'eau à cette température.
- 3) L'air ayant été chassé, il ne reste que la vapeur d'eau au-dessus de l'eau liquide. On néglige la quantité de vapeur d'eau chassée à cet instant. Quelle est la température à l'intérieur de l'autocuiseur ?
- 4) Quelle est alors la composition du contenu de l'autocuiseur ?
- 5) Quel est le débit de vapeur d'eau sortant par la soupape ? Pendant combien de temps doit-on chauffer pour faire sortir la moitié de l'eau ?
- 6) Quelle est la valeur minimale de la force exercée par l'étrier sur le couvercle ?
- 7) On arrête le chauffage et on laisse le système revenir à la température ambiante. Pour ouvrir l'autocuiseur, on retire l'étrier. Quelle force faut-il exercer sur le couvercle pour le soulever, sans toucher à la soupape ?
- 8) En réalité, après retour à la température ambiante, on soulève d'abord la soupape. Quelle force faut-il exercer sur la soupape pour l'enlever ? La soupape étant ôtée, quelle force faut-il exercer sur le couvercle pour ouvrir l'autocuiseur ?

Données :

Température (en $^\circ\text{C}$ )	$P_{\text{sat}}$ (en bar)	$v_{\text{liq}}$ (en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$v_{\text{gaz}}$ (en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$\Delta_{\text{vap}}h$ (en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )
20	$2,34 \times 10^{-2}$	$1,002 \times 10^{-3}$	57,84	2453
115	1,69	$1,056 \times 10^{-3}$	1,036	2215



exercice  
de colle

### Exercice 1.34 Ammoniac dans un cylindre



On dispose d'un cylindre d'axe vertical fermé par un piston sur lequel on peut exercer une force supplémentaire  $\vec{F}$  par l'intermédiaire d'une tige. Le cylindre contient une masse  $m = 10$  g d'ammoniac.

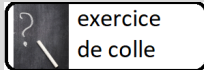
Le piston est parfaitement adiabatique et coulisse sans frottement dans le cylindre. L'air extérieur est à la pression constante  $P_0 = 1$  bar. L'aire du piston est  $\Sigma = 200$  cm<sup>2</sup>.

Le piston et la tige, du fait de leur propre poids, exercent sur le contenu du cylindre une force  $f = 1200$  N.

- 1) Calculer la valeur minimale  $F_0$  de la force supplémentaire qu'il faut exercer pour que, à 0°C, tout l'ammoniac soit liquide.
- 2) On part de l'état ci-dessus, le cylindre étant plongé dans un thermostat à 0°C constitué d'un mélange eau-glace, en équilibre à 0°C sous la pression  $P_0$ .  
On cesse d'exercer la force  $F_0$ . Lorsque l'équilibre thermique est rétabli, une masse  $m_g$  de glace s'est formée.
- 3) Calculer  $m_g$  et effectuer un bilan entropique dans les deux cas suivants :
  - 3.a) on cesse d'exercer  $F_0$  progressivement ;
  - 3.b) on lâche brutalement la tige.

On donne :

- enthalpie massique de vaporisation de l'ammoniac à 0°C :  $\Delta_V h(\text{NH}_3) = 1,26$  kJ · kg<sup>-1</sup> ;
- enthalpie massique de fusion de la glace à 0°C :  $\Delta_f h(\text{H}_2\text{O}) = 335$  kJ · kg<sup>-1</sup> ;
- pression de vapeur saturante de l'ammoniac à 0°C :  $P_V = 4,38$  bar ;
- volume massique de l'ammoniac liquide à 0°C :  $u_l = 1,5 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup> · kg<sup>-1</sup> ;
- masse molaire de l'ammoniac :  $M = 17$  g · mol<sup>-1</sup>.

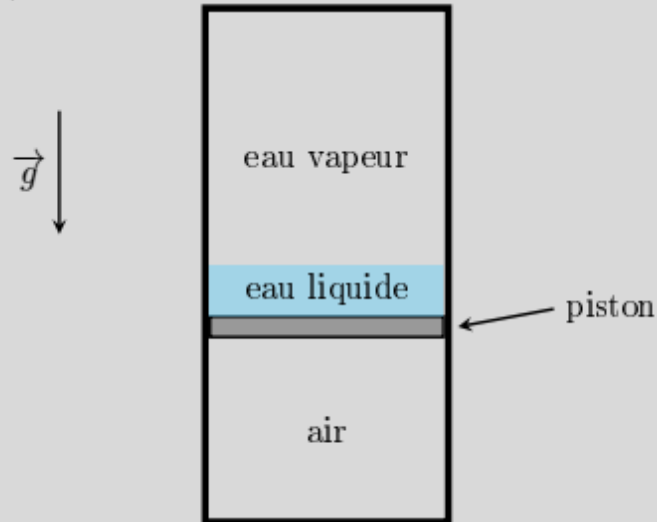


exercice  
de colle

### Exercice 1.35 Tournez cylindre

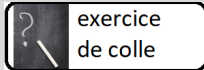
(exercice donné en 2017 à l'oral de Mines-Ponts).

Un tube cylindrique fermé, de section  $S$ , de volume  $V = 10$  L, est divisé en deux compartiments par un piston coulissant sans frottement. Le premier compartiment contient 0,10 mol d'air, et le second 1,0 mol d'eau. L'ensemble est à l'équilibre thermique avec un thermostat de température  $T_0 = 373$  K.



À  $T_0 = 373$  K, on rappelle que la pression de vapeur saturante est  $P_{sat} = P_0 = 1$  bar. On suppose de plus que la masse  $M$  du piston est telle que  $Mg = P_0S$ .

- 1) Calculer la pression de l'eau liquide sur le piston. En déduire le titre molaire en vapeur d'eau.
- 2) Recalculer ce titre molaire dans 2 autres configurations, quand le cylindre a pivoté, par rapport à la situation d'origine :
  - 2.a) de  $90^\circ$
  - 2.b) puis de  $180^\circ$ .

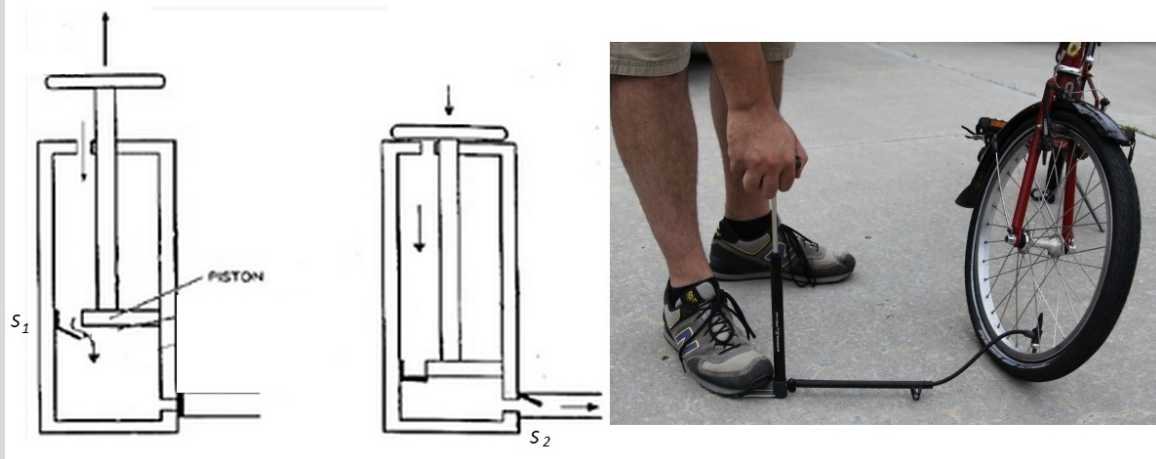


exercice  
de colle

### Exercice 1.36 Etude d'une pompe

Un réservoir de volume invariable  $V_0$  contient initialement de l'air (assimilable à un gaz parfait) à la pression  $P_0$ . On peut augmenter cette pression en y refoulant de l'air à l'aide d'une pompe. La pompe est constituée d'un cylindre dans lequel coulisse (sans frottement) un piston.

Quand le piston se déplace vers le haut, la soupape  $S_1$  s'ouvre. L'air extérieur, à la pression atmosphérique  $P_{atm}$ , est alors aspiré dans la pompe. Le volume maximal du cylindre est  $V$ . Lorsque le piston se déplace vers le bas,  $S_1$  se ferme, l'air contenu dans le cylindre est comprimé; puis  $S_2$  s'ouvre dès que la pression de l'air du cylindre devient égale à celle de l'air contenu dans le réservoir, l'air du cylindre est alors refoulé totalement dans le réservoir.

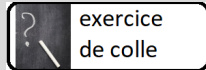


On admettra que les transformations sont quasistatiques et isothermes.

On appelle  $P_k$ , la pression dans le réservoir après  $k$  allers et retours du piston.

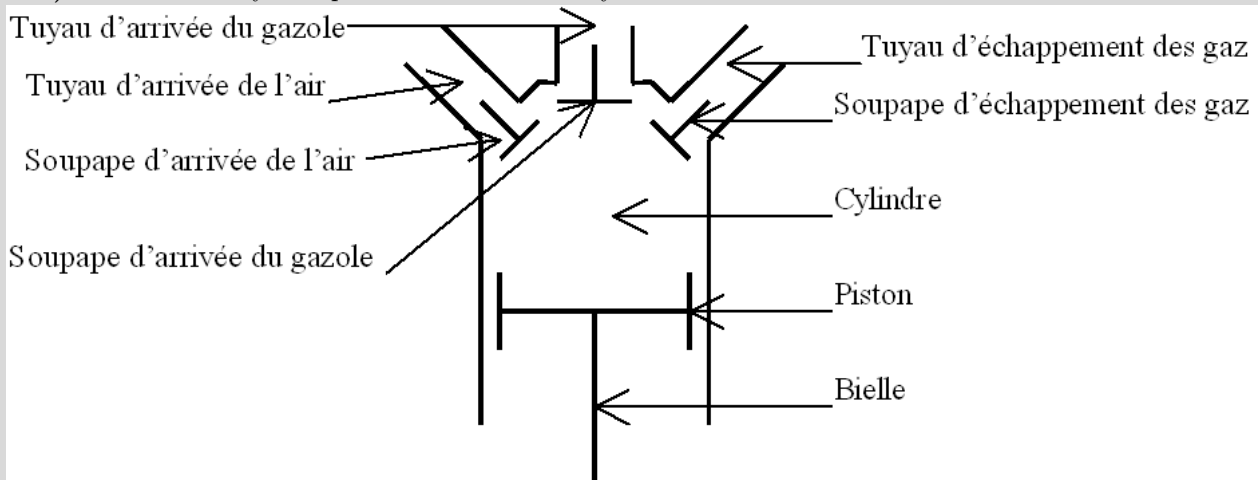
- 1) Décomposer un cycle en plusieurs transformations qu'on définira (états initial et final, état des soupapes  $S_1$  et  $S_2$ ).
- 2) Calculer  $P_k$ .
- 3) Montrer que le travail  $W_k$  que l'on doit fournir pour effectuer  $k$  cycles est :

$$W_k = P_k \cdot V_0 \cdot \ln\left(\frac{P_k}{P_{atm}}\right) - P_0 \cdot V_0 \cdot \ln\left(\frac{P_0}{P_{atm}}\right) - k \cdot P_{atm} \cdot V$$



### Exercice 1.37 Moteur diesel

1) Etats thermodynamiques successifs lors du cycle diesel :



On s'intéresse à un gaz parfait (de  $\gamma = 1,40$ ) dans un cylindre de volume variable, entre  $V_{min} = 150\text{mL}$  et  $V_{max} = 400\text{mL}$ , fermé par un piston (cf. figure), qui subit un cycle réversible dont les caractéristiques sont :

- Admission : la soupape d'admission de l'air est ouverte (la pression est  $P_{atm} = 1,00 \cdot 10^5 \text{Pa}$ , la température  $T_{atm} = 300\text{K}$ ), les autres fermées. Le volume passe de  $V_{min}$  à  $V_{max}$  de façon isobare.
- $A \rightarrow B$  : compression. Les soupapes sont fermées. Le volume passe de  $V_{max}$  à  $V_{min}$  de façon adiabatique et réversible.
- $B \rightarrow C$  : injection. Les soupapes sont fermées, sauf celle d'injection du gazole. Le volume augmente jusqu'à  $V_C = 250\text{mL}$ , mais la pression reste constante et vaut  $P_{max}$ .
- $C \rightarrow D$  : détente. Les soupapes sont toutes fermées. le volume augmente encore (jusqu'à  $V_{max}$ ) mais la pression diminue (il s'agit d'une détente adiabatique et réversible).
- $D \rightarrow A$  : Ouverture de la soupape d'éjection des gaz. La pression diminue brutalement jusqu'à  $P_{ext}$ , le volume restant constant.
- Ejection des gaz : la soupape d'éjection des gaz est ouverte, les autres fermées. Le volume passe de  $V_{max}$  à  $V_{min}$  de façon isobare.

Donner numériquement (dans les unités du système international) chaque état thermodynamique intermédiaire (pression, température, volume) :

- 1.a) en  $A$  : la pression  $P_A$ , le volume  $V_A$ , et la température  $T_A$  ;
- 1.b) en  $B$  : la pression  $P_B$ , le volume  $V_B$ , et la température  $T_B$  ;
- 1.c) en  $C$  : la pression  $P_C$ , le volume  $V_C$ , et la température  $T_C$  ;
- 1.d) en  $D$  : la pression  $P_D$ , le volume  $V_D$ , et la température  $T_D$ .

2) Transformations lors du cycle diesel :

Donner numériquement lors des phases :

- 2.a)  $A \rightarrow B$  : le travail  $W_{AB}$  et la chaleur  $Q_{AB}$  échangés par le gaz parfait ;
- 2.b)  $B \rightarrow C$  : le travail  $W_{BC}$  et la chaleur  $Q_{BC}$  échangés par le gaz parfait ;
- 2.c)  $C \rightarrow D$  : le travail  $W_{CD}$  et la chaleur  $Q_{CD}$  échangés par le gaz parfait ;
- 2.d)  $D \rightarrow A$  : le travail  $W_{DA}$  et la chaleur  $Q_{DA}$  échangés par le gaz parfait.

3) Diagramme de Clapeyron du cycle diesel :

3.a) Exprimer numériquement la somme des travaux échangés  $W_{tot}$  par le gaz parfait sur un cycle. Que penser de son signe ?

3.b) Tracer le cycle dans les coordonnées de Clapeyron ( $P = f(V)$ ).

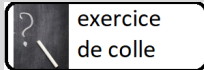
3.c) Dans quel sens est parcouru le cycle diesel dans le diagramme de Clapeyron ? Est-ce normal ?

4) Rendement du moteur diesel :

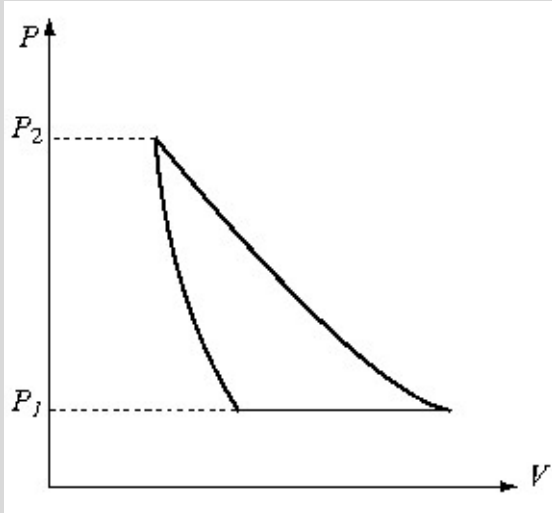
4.a) Définir le rendement thermodynamique  $\eta$ .

4.b) Calculer numériquement  $\eta$ .

4.c) Calculer la puissance d'un tel moteur diesel tournant à  $N = 1,5 \cdot 10^3$  tours par minute.

exercice  
de colle**Exercice 1.38**  
**Cycle de pompe à chaleur**

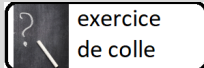
(extrait de C.C.P. 2010)



Un gaz parfait subit trois transformations réversibles : une transformation isotherme, une isobare et une adiabatique selon le diagramme de la figure précédente.

- 1) Identifier les trois transformations sur le diagramme.
- 2) Préciser leur sens sachant que c'est une pompe à chaleur.
- 3) Montrer que  $\Delta S_{C \rightarrow A} = nR \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \left( \frac{T_B}{T_A} \right)$ , où  $C \rightarrow A$  est la transformation isotherme.
- 4) Calculer l'efficacité de la machine.





exercice  
de colle

### Exercice 1.39 Climatiseur ditherme réversible

Un climatiseur utilise du fréon qui suit un cycle de Carnot, c'est à dire un cycle réversible composé de deux isothermes, entre lesquelles se produisent des isentropiques. Pendant son contact avec la source chaude (l'air extérieur), à  $T_c = 40\text{ C}$ , le fréon passe de l'état de vapeur saturée à celui de liquide saturé (c'est-à-dire à la limite de la vaporisation), en échangeant  $Q_c$ . La machine échange  $Q_f$  avec la source froide, un appartement qui est à  $T_f = 20\text{ C}$ .



#### 1) Bilan thermodynamique d'un climatiseur ditherme :

**1.a)** Quel est l'intérêt d'un climatiseur ? Donner alors les signes de  $W$ , le travail échangé par le système, et de  $Q_c$  et  $Q_f$ .

**1.b)** Définir l'efficacité  $\eta$  du climatiseur. Montrer qu'elle s'exprime en fonction de  $T_c$  et  $T_f$ .

**1.c)** Dessiner le diagramme entropique du cycle en précisant son sens. On superposera les courbes de rosée et d'ébullition du fréon.

#### 2) Mise en marche du climatiseur (régime transitoire) :

Le local, de capacité thermique  $C = 4 \times 10^3\text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$ , initialement à la température de l'air extérieur ( $T_c$ ), est ramené en une heure à la température  $T_f$  par le climatiseur. Durant ce régime transitoire, on supposera que les pertes thermiques entre appartement et extérieur sont négligeables.

**2.a)** Quelle est l'énergie électrique  $E$  reçue par le climatiseur durant cette heure ?

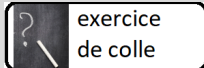
**2.b)** Quelle est la puissance électrique moyenne  $P$  reçue par le climatiseur ?

#### 3) Climatisation en régime permanent :

L'appartement est maintenant en permanence à la température  $T_f = 20\text{ C}$ . L'isolation thermique entre l'extérieur et l'intérieur peut être caractérisée par la résistance thermique  $R_{th}$ . L'appartement doit donc être refroidi continûment.

**3.a)** Évaluer littéralement la puissance thermique que le climatiseur échange avec l'appartement, pour que celui-ci reste à la même température  $T_f$ .

**3.b)** En déduire la puissance électrique requise par le climatiseur.



exercice  
de colle

### Exercice 1.40 Climatisation d'un avion

L'air climatisé qui est distribué dans la cabine provient du circuit pneumatique de l'avion au travers d'une "PACK VALVE" qui commande et régule le débit d'air à climatiser.

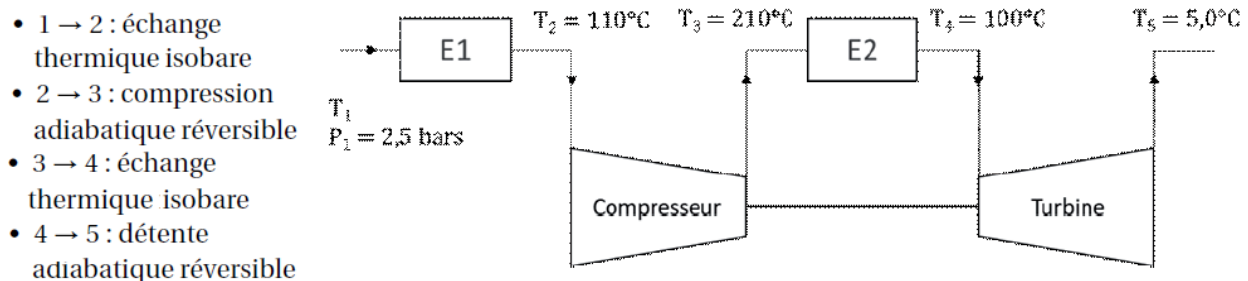
Le "PACK" est un climatiseur mécanique entraîné par la pression pneumatique. Il comprend une "ACM" (Air Cycle Machine), deux échangeurs thermiques installés dans une gaine où circule l'air extérieur, et un système de régulation double.

L'air comprimé issu de la PACK VALVE est tout d'abord refroidi dans un premier échangeur thermique (radiateur). Il est ensuite amené à une pression plus élevée dans l'étage compresseur de l'ACM. Sa température va donc augmenter également. Il repasse au travers d'un second échangeur pour le rafraîchir à nouveau, avant de subir une détente brutale dans l'étage turbine de l'ACM, ce qui va provoquer une baisse importante de sa température.

C'est aussi la turbine, entraînée par la pression pneumatique, qui fait tourner le compresseur et ventilateur de l'ACM. Ce dernier est surtout là pour forcer la circulation de l'air dans les échangeurs, ce qui génère beaucoup de bruit lorsque l'avion est au sol.

Source : <https://www.flightsim-corner.com/aller-plus-loin/737-800/b737-800-pneumatique-air/>.

On modélise le circuit de l'air (assimilé à un gaz parfait) en régime stationnaire de la façon suivante :



1) Question préalable.

- 1.a) Déterminer la valeur numérique de la température à l'altitude  $z_0 = 8000$  m (où vole l'avion).
- 1.b) Faire de même pour la pression à l'altitude  $z_0$ .
- 1.c) Conclure sur la nécessité du dispositif de climatisation de la cabine.

2) Etude du dispositif de climatisation de la cabine.

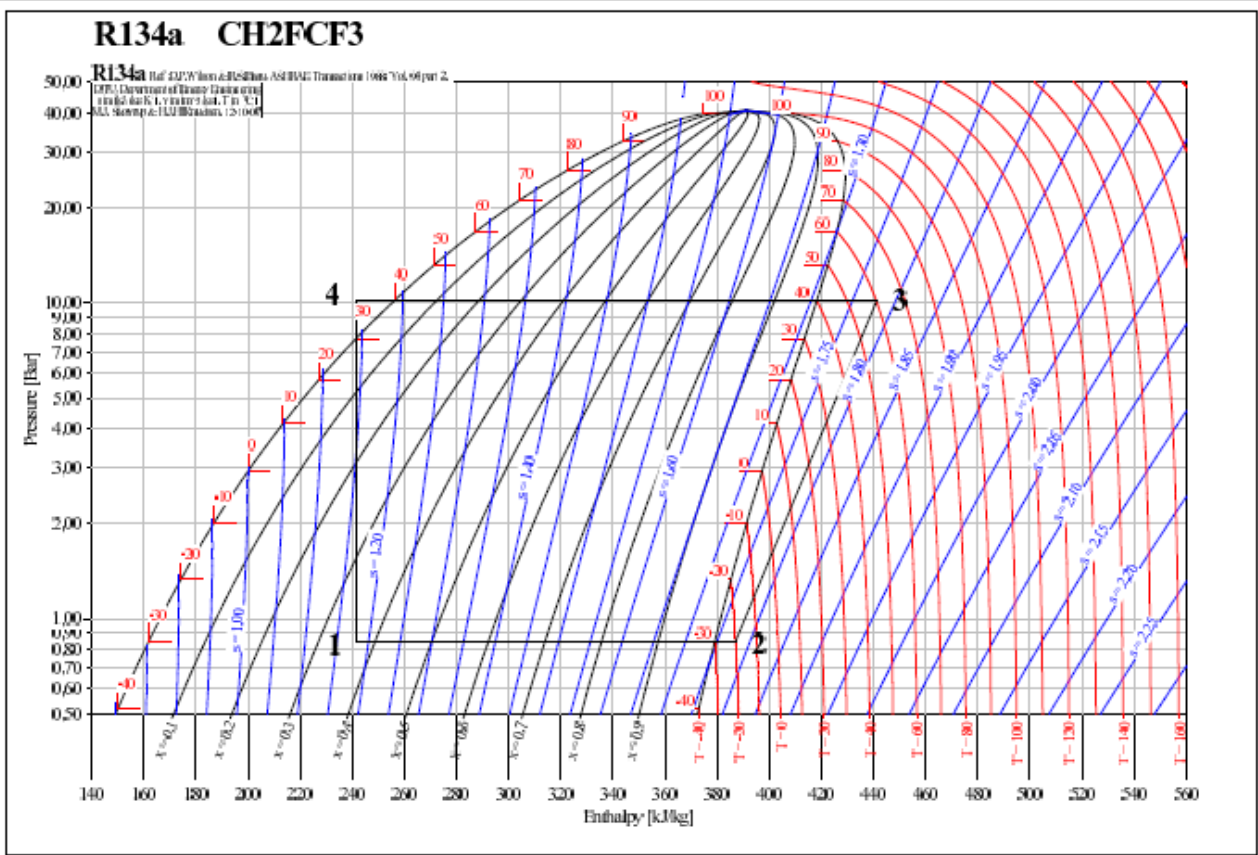
- 2.a) Calculer la pression  $P_5$  en sortie du dispositif.
- 2.b) Montrer que les variations d'énergies massiques potentielle (de pesanteur) et cinétique sont négligeables.
- 2.c) La puissance récupérée par la turbine est-elle suffisante pour faire tourner le compresseur mécaniquement ?
- 2.d) Mettre en avant le rôle de l'ensemble compresseur +  $E_2$  dans le processus.

Données :

- Capacité thermique massique de l'air :  $C_p = 1,0 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $C_p - C_v = R$  et  $\gamma = C_p/C_v = 1,4$  ;
- La vitesse maximale du fluide dans le dispositif est  $v_{\max} = 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;
- Hauteur de la cabine de l'airbus : 4,4 m ;
- Au niveau de la mer la pression est de 1 bar et la température de 20°C. Jusqu'à 11 km d'altitude la température évolue linéairement avec l'altitude telle qu'il y a une diminution de la température de 6,5°C par kilomètre ;
- Pour des raisons médicales, dans la cabine la pression décroît progressivement pendant la montée jusqu'à une altitude-cabine de 2500 m d'altitude environ. Elle est ensuite maintenue pendant tout le vol.

exercice de colle

Exercice 1.41  
Congélateur à fluide R134a

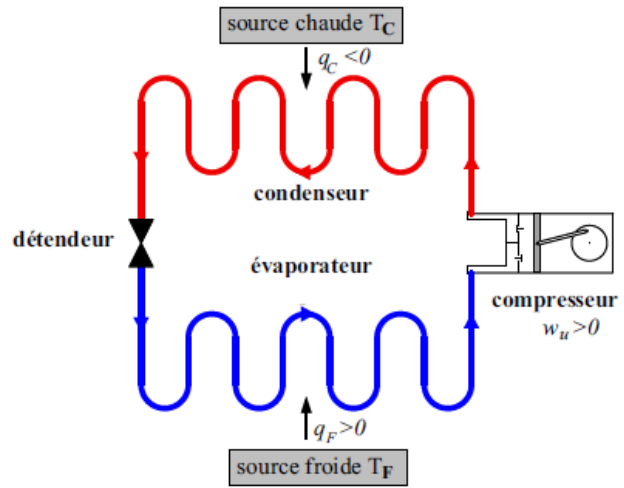


Le cycle suivi dans un congélateur par le fluide frigorigère R134a (CH<sub>2</sub>F-CF<sub>3</sub>) dans le diagramme enthalpique est donné ci-dessus.

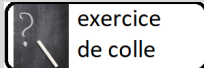
- 1) Déterminer, pour chaque état (1, 2, 3 et 4) :
  - 1.a) l'état physique (liquide, gaz ou mélange liquide vapeur de fraction  $x$ ) ;
  - 1.b) la pression  $P$  ;
  - 1.c) la température  $\theta$ .

Le schéma ci-contre fait apparaître les différents éléments dans lesquels circule le fluide :

- le compresseur
- le détendeur
- le condenseur
- l'évaporateur



- 2) Associer à chacun de ces précédents éléments une transformation du cycle (1 → 2, 2 → 3, 3 → 4 et 4 → 1). On donnera les caractéristiques de ces transformations.
- 3) Définir l'efficacité  $\eta$  du congélateur et déterminer sa valeur numérique.

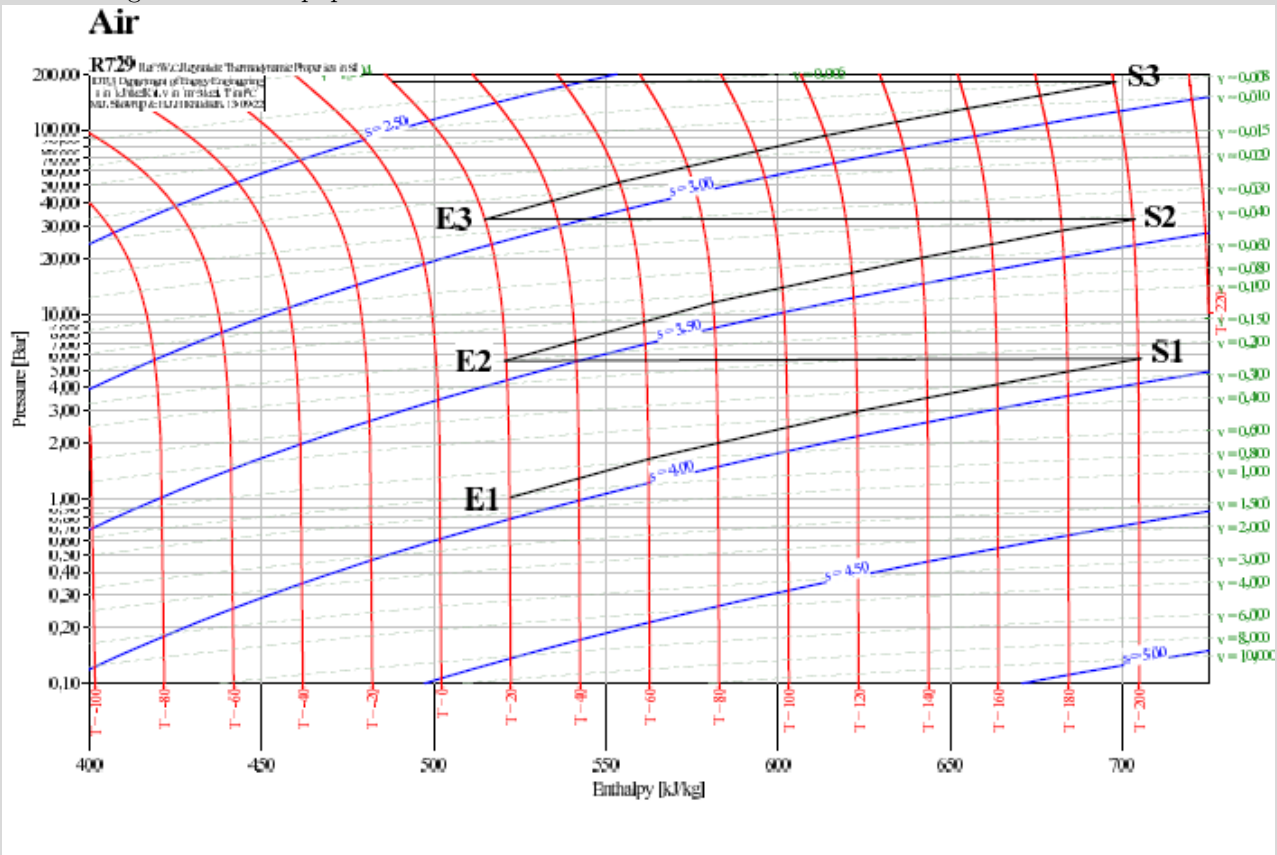


exercice  
de colle

### Exercice 1.42 Compresseur et détendeur pour la plongée

Pour pratiquer la plongée sous-marine, l'air est stocké dans des bouteilles à la pression  $P_b = 200$  bar.

1) Les transformations suivies par l'air soumis à un compresseur pour la mise en bouteille sont représentées dans le diagramme enthalpique ci-dessous :



1.a) Décrire les transformations :  $E_k \rightarrow S_k$ , et  $S_k \rightarrow E_{k+1}$ .

1.b) Déterminer pour toutes les phases  $E_k \rightarrow S_k$ , les valeurs numériques des chaleurs massiques et des travaux utiles massiques.

2) Pour la plongée, un détendeur primaire, placé sur la bouteille, assure la détente de la haute pression (200 bar) vers une moyenne pression (10 bar). Puis l'air se met à la température de l'eau (qu'on supposera égale à  $20^\circ\text{C}$ ) avant qu'un détendeur secondaire, placé au niveau de la bouche du plongeur, assure la détente vers la pression atmosphérique (1 bar).

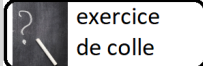
2.a) Relier l'enthalpie massique à la sortie ( $h_s$ ) de chacun des détendeurs à celle à l'entrée  $h_e$ , sachant qu'il n'y a pas de pièces mobiles dans ces détendeurs.

2.b) Représenter la transformation subie par l'air dans le diagramme fourni.

2.c) Montrer que la première détente est accompagnée d'une baisse importante de température.

2.d) Pourquoi le plongeur ne ressent-il pas une sensation d'air froid lors de l'inspiration ?

2.e) Déterminer la chaleur échangée par 10 g d'air dans le tube entre le premier et le second détendeur.

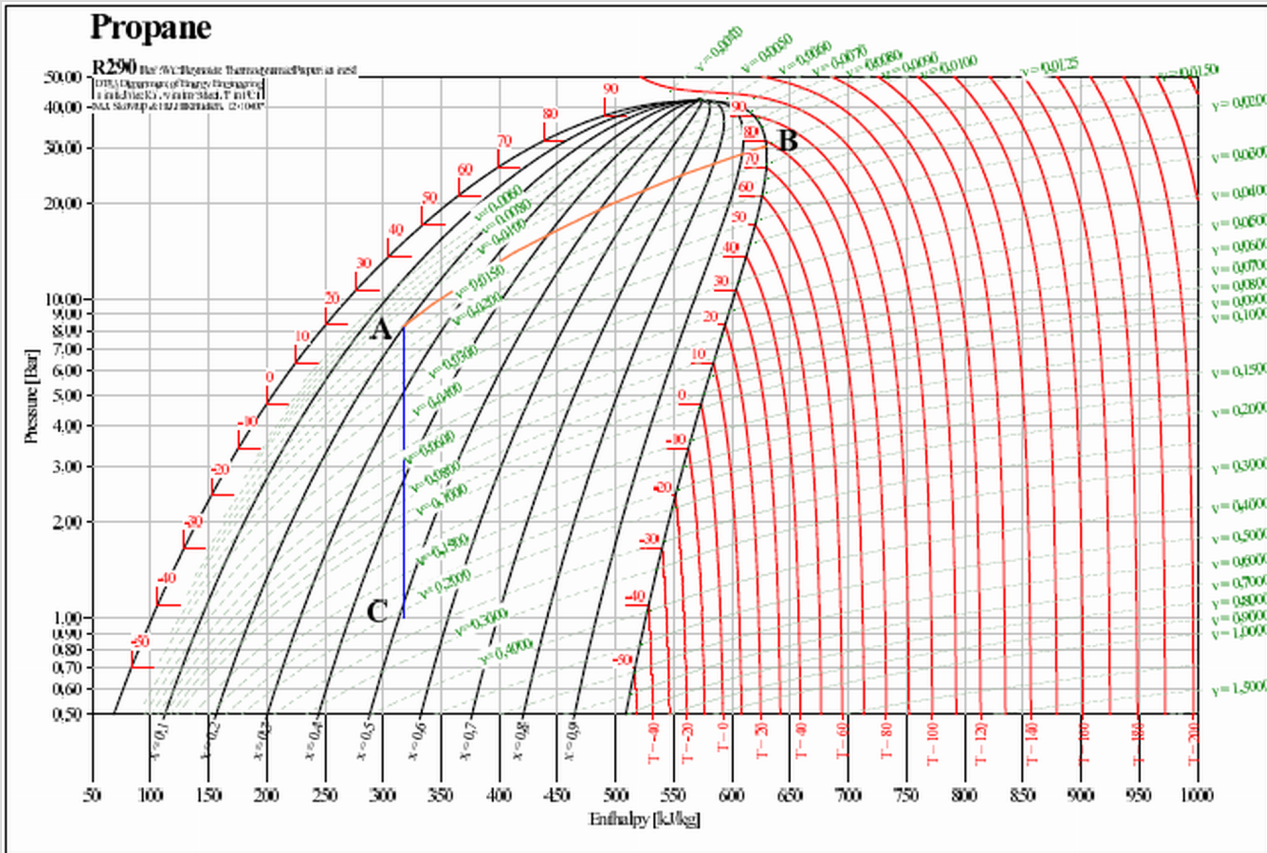


exercice  
de colle

### Exercice 1.43 Réservoir GPL

Le GPL (gaz de pétrole liquéfié), utilisé comme carburant par certains véhicules, peut être, pour simplifier, assimilé à du propane. Il est stocké sous la forme d'un mélange liquide-gaz dans le réservoir.

Le diagramme enthalpique du propane est donné ci-dessous :



1) Etat initial du réservoir.

Un réservoir de volume  $V$  contient une masse  $m$  de propane dans l'état du point A sur le diagramme.

Déterminer :

- 1.a) la température  $\theta$  du propane ;
- 1.b) sa pression  $P$  ;
- 1.c) sa fraction massique  $x$  en vapeur ;
- 1.d) son volume massique  $v$ .

2) Echauffement du réservoir.

En cas d'échauffement accidentel (du à un incendie par exemple), le GPL risque d'exploser. Aussi, depuis 2001, les réservoirs GPL sont munis d'une soupape permettant d'évacuer le fluide dès que la pression dépasse 25 bar.

- 2.a) Pourquoi, si la température augmente, la transformation subie par le GPL suit-elle la courbe AB ?
- 2.b) A quelle température  $\theta_{max}$  la soupape évacue-t-elle le GPL gazeux ?

3) Utilisation du GPL par le moteur

Entre la sortie du réservoir et les injecteurs du moteur, le GPL circule dans un vapo-détendeur (passif, sans échanges thermiques).

- 3.a) Pourquoi la transformation subie par le GPL dans le vapo-détendeur suit-elle la courbe AC ?

Comment évoluent alors :

- 3.b) la pression ?
- 3.c) la température ?
- 3.d) le volume massique ?
- 3.e) et la composition du mélange liquide-vapeur ?

**exercice de colle**

**Exercice 1.44**  
**Forme d'une tuyère**

On s'intéresse à un écoulement unidimensionnel (suivant  $x$ ) d'un gaz parfait en régime stationnaire dans un cylindre de section variable, la tuyère. On supposera le fonctionnement réversible et les bords athermes : l'écoulement est isentropique. On se placera dans le référentiel de la tuyère.



Les notations sont les suivantes :

$S(x)$  est la section de la tuyère à la cote  $x$ , et  $r(x)$ , son rayon ;  $P(x)$ , la pression ;  $T(x)$ , la température ;  $v(x)$ , le volume massique ;  $c(x)$  la vitesse du gaz.

Pour les applications numériques, on s'intéressera par exemple à l'air : on prendra  $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  et  $\gamma = 1,4$ .

- 1) Faire un bilan pour un système ouvert infinitésimal (de longueur  $dx$ ) sur l'enthalpie massique  $h$ . De même, faire un bilan d'entropie massique  $s$ . Dédire de ces deux bilans la relation n° 1 :  $v \, dP = -c \, dc$ .
- 2) Ecrire la conservation du débit vérifiée par  $S(x)$ ,  $c(x)$  et  $v(x)$ . La dériver pour obtenir la relation n° 2.
- 3) Montrer que  $dP = c_{son}^2 \, d\mu$  si l'écoulement est isentropique. Que vaut  $c_{son}$  ? Application numérique pour  $T = 300 \text{ K}$ . Dans la suite, on considérera que  $c_{son}$  est une constante (la température varie peu). Montrer alors la relation n° 3 :

$$dP = - \left( \frac{c_{son}}{v} \right)^2 \, dv$$

- 4) Grâce aux trois relations, montrer que  $S(x)$  et  $c(x)$  vérifient la formule d'Hugoniot :

$$\frac{dS}{S} = \frac{dc}{c} \left( \frac{c^2}{c_{son}^2} - 1 \right)$$

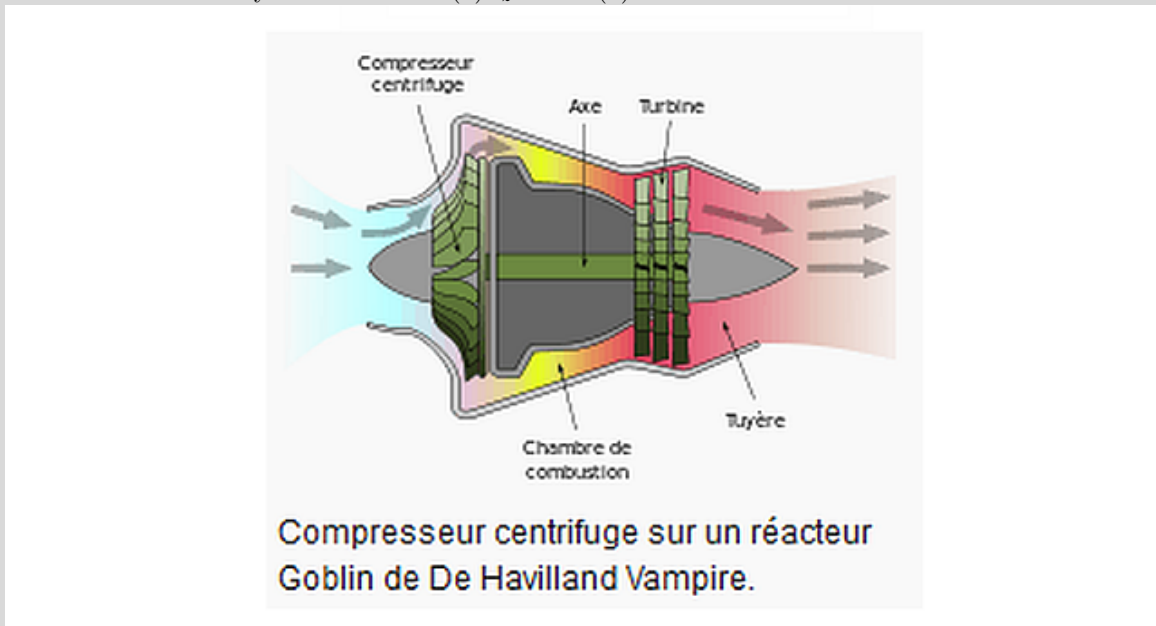
Comment varie  $S$  en fonction de  $c$  ?

- 5) On supposera connu  $c(x)$ . Intégrer alors  $S$  en fonction de  $c$ .

exercice de colle

**Exercice 1.45**  
**Détente d'un gaz dans une tuyère convergente**

On étudie la détente d'un gaz diatomique, dans une tuyère convergente, rigide et atherme, d'axe de révolution  $Oz$  horizontal, de section  $S(z)$  perpendiculaire à  $Oz$ . L'écoulement du fluide est unidimensionnel et permanent, en particulier la vitesse moyenne est :  $\vec{c} = c(z)\vec{e}_z$  avec  $c(z) > 0$ .

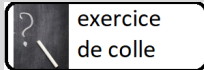


- 1) Le gaz entre dans la tuyère avec une vitesse  $c_e$  et une enthalpie  $h_e$ . Etablir la relation qui les lie à la vitesse  $c_s$  et l'enthalpie  $h_s$  à la sortie.
- 2) L'évolution étant supposée réversible, déterminer  $h_s - h_e$  en fonction de la température  $T_e$  à l'entrée, du rapport  $x = \frac{p_s}{p_e}$  des pressions à l'entrée et à la sortie, de  $\gamma$  et de  $r = \frac{R}{M}$ ,  $M$  étant la masse molaire du gaz. En déduire  $c_s$ , sachant que  $c_e$  est négligeable devant  $c_s$ .
- 3) Exprimer la conservation du débit massique  $D_m$ .
- 4) Exprimer la masse volumique à la sortie  $\mu_s$  en fonction de  $\mu_e$ ,  $T_e$ ,  $r$  et  $x$ .
- 5) Montrer que le débit est  $D_m = A S_s f(x)$  avec :

$$f(x) = x^{\frac{1}{\gamma}} \left(1 - x^{1-\frac{1}{\gamma}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$A$  étant une constante que l'on déterminera en fonction de  $\gamma$ ,  $r$ ,  $p_e$  et  $T_e$ .

- 6) Pour quelle valeur critique  $x_c$  de  $x$ , le débit  $D_m$  est-il maximal? Appliquez numériquement.



exercice  
de colle

### Exercice 1.46 Bilans thermodynamiques dans une tuyère

On considère l'écoulement d'air (gaz diatomique supposé parfait caractérisé par  $\gamma = \frac{7}{5}$ ) dans une conduite cylindrique horizontale de section variable, rigide et atherme.

Les données techniques sont les suivantes : le débit massique est  $D_m = 3\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$  ; à l'entrée, la vitesse est  $c_e = 300\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , la masse volumique  $\mu_e = 5\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , la pression est  $p_e = 5,4\text{bar}$  et la température est  $T_e = 573\text{K}$  ; à la sortie, la vitesse est  $c_s = 500\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , la masse volumique  $\mu_s = 1\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , la pression est  $p_s = 1\text{bar}$  et la température  $T_s$ .

On donne la masse molaire de l'air :  $M = 29\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

- 1) Relier la variation d'enthalpie massique entre l'entrée de la conduite et la sortie, à la variation d'énergie cinétique massique correspondante.
- 2) En déduire la température de l'air à la sortie. Comparer cette détente à la détente de Joule-Thomson.
- 3) Quelle est la variation d'entropie de cette masse d'air ? L'écoulement est-il réversible ou irréversible ? Justifier.
- 4) Calculer les aires des sections droites de la conduite à l'entrée et à la sortie.