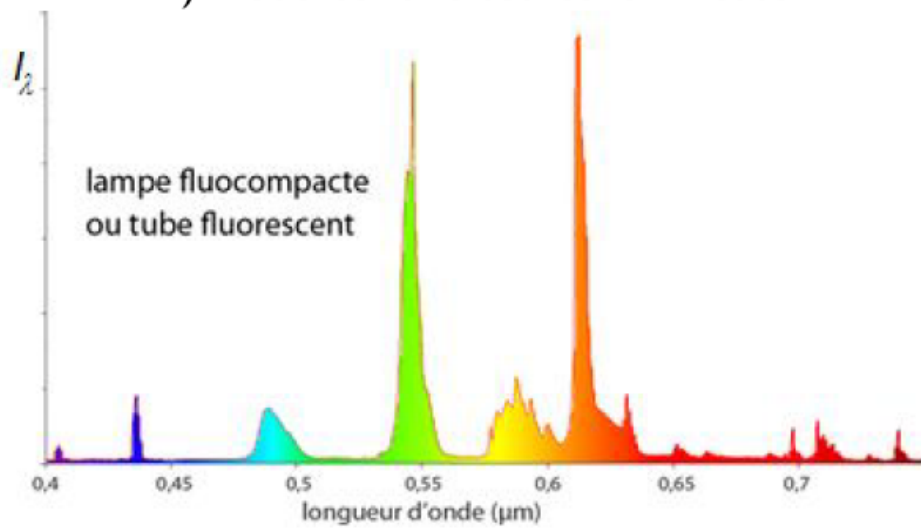


Quelle est la dangerosité d'un faisceau laser ?



## 1) modéliser une source lumineuse



## 2) étudier la propagation d'une onde monochromatique

Fig. 4.



### 3) modéliser diverses ondes lumineuses



# Introduction à l'optique ondulatoire

Les points du cours à connaître

## I- De l'optique géométrique à l'optique ondulatoire

### 1. Théorie de l'optique géométrique



#### Limite de l'optique géométrique *définition*

L'optique géométrique est valable dans l'approximation où tous les éléments utilisés sont de grande dimension devant la longueur d'onde de la lumière.



#### Modèle du rayon lumineux *s'y retrouver*

L'optique géométrique s'appuie notamment sur le modèle du rayon lumineux, limite mathématique d'un faisceau infiniment fin de lumière. Cette approche simple permet entre autres des constructions géométriques d'images.



#### Limitations de l'optique géométrique *s'y retrouver*

L'optique géométrique n'explique pas un certain nombre de phénomènes comme la diffraction et les interférences.

### 2. Modèle scalaire de la lumière



#### Petit historique de la lumière *s'y retrouver*

- au début du XIX<sup>ème</sup> s., la lumière est une onde (Fresnel...);
  - dans la seconde partie du XIX<sup>ème</sup> s., la lumière est une onde électromagnétique (Maxwell);
- On faisait de l'optique ondulatoire avant de savoir de quel type d'onde il s'agissait !



#### Modèle scalaire de la lumière *définition*

Le modèle scalaire de la lumière revient à dire que :

- la polarisation de la lumière n'est pas définie;
- et le milieu est isotrope (il se comporte de la même manière pour toutes les directions de polarisation).



#### Vibration lumineuse *s'y retrouver*

Si  $\vec{u}$  est un vecteur unitaire orthogonal à la direction de propagation de l'onde, on appelle "vibration lumineuse"

$$s(M, t) = \alpha \vec{E} \cdot \vec{u}$$

où  $\alpha$  est une constante non définie !

NB : le champ magnétique  $B = \frac{E}{c}$  sera aussi proportionnel à  $s$ .

### ✳ Propriété de la vibration lumineuse *s'y retrouver*

Si  $N$  sources (numérotées  $k$ ) créent, au point  $M$ ,  $N$  vibrations lumineuses  $s_k(M, t)$ , la vibration lumineuse totale est la somme de toutes ces vibrations lumineuses :

$$s(M, t) = \sum_{k=1}^{k=N} s_k(M, t)$$

(cela est dû à la linéarité des équations de Maxwell)

## 3. Onde monochromatique

### ✳ Vibration lumineuse monochromatique *s'y retrouver*

Au point  $M$  repéré par le vecteur  $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ , à l'instant  $t$ , la vibration lumineuse d'onde monochromatique s'écrit

$$s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = A(M) \cos(\omega t - \varphi(M)) = \text{Re}(\tilde{s})$$

avec la vibration complexe

$$\tilde{s} = A(M) \exp[-i(\omega t - \varphi(M))] = \tilde{a}(M) \exp[-i\omega t]$$

d'amplitude complexe

$$\tilde{a}(M) = A(M) \exp[i\varphi(M)]$$

### ✳ Grandeurs temporelles d'une monochromatique : pulsation, fréquence, période *s'y retrouver*

- $\omega$  : pulsation (en  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ );
- $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$  : fréquence (en Hz);
- $T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$  : période (en s).

### ✳ Grandeurs spatiales d'une onde monochromatique : vecteur d'onde, longueur d'onde, nombre d'onde *s'y retrouver*

- $\vec{k}$  : vecteur d'onde (en  $\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$ );
- $\sigma = \frac{\|\vec{k}\|}{2\pi}$  : nombre d'onde (en  $\text{m}^{-1}$ );
- $\lambda = \frac{1}{\sigma} = \frac{2\pi}{\|\vec{k}\|}$  : longueur d'onde (en m).

**Lien entre les grandeurs spatiales et temporelles** *à retenir*

Dans un milieu d'indice optique  $n$ , l'onde lumineuse se propage à la vitesse  $v = \frac{c}{n}$  :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi n}{\lambda_0}$$

où  $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$  est la longueur d'onde dans le vide.

**4. Propagation d'une onde monochromatique****Retard dû à la propagation** *s'y retrouver*

Le retard temporel dû à la propagation du signal d'un point  $M$  jusqu'en un point  $N$  en ligne droite dans un milieu d'indice  $n$  est

$$\Delta t = \frac{MN}{v} = n \frac{MN}{c}$$

**Chemin optique** *définition*

Pour un milieu quelconque, on définit le chemin optique sur un rayon lumineux curviligne quelconque de  $A$  à  $B$  par

$$L_{AB} = (AB) = \int_A^B n(P) ds(P)$$

où  $n(P)$  est l'indice optique au point  $P$  d'abscisse curviligne  $s(P)$ .

**Chemin optique et retard de propagation** *s'y retrouver*

$$L_{AB} = (AB) = \int_{t_A}^{t_B} n(P).v(P).dt = \int_{t_A}^{t_B} c.dt$$

d'où

$$L_{AB} = (AB) = c.(t_B - t_A)$$

On peut donc interpréter le chemin optique comme le chemin parcouru dans le vide pendant la durée réelle mise pour aller de  $A$  à  $B$  dans le milieu d'indice  $n$ .

**1 Déphasage dû à la propagation d'une onde plane monochromatique** *théorème*

$$a(O, t) = a_0. \cos(\omega.t - \phi_0)$$

On peut réécrire la vibration lumineuse en un point  $M$  :

$$a(M, t) = \alpha a_0. \cos(\omega(t - \Delta t) - \phi_0)$$

où  $\alpha$  prend en compte les éventuelles diminutions d'amplitude et

$$\Delta t = \frac{(OM)}{c} \Rightarrow \Delta\psi_{O \rightarrow M} = \omega \Delta t = \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM)$$

⇒

Le déphasage, lorsque l'onde se propage de  $O$  jusqu'en  $M$ , est

$$\Delta\psi_{O \rightarrow M} = \frac{2\pi}{\lambda_0}(OM) + \varphi_{sup}$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde dans le vide de la radiation et on admet que  $\varphi_{sup} = \pi$  dans le cas :

- d'une réflexion sur un métal (miroir) ;
- d'une réflexion d'un milieu d'indice  $n_1$ , sur un milieu d'indice plus élevé  $n_2 > n_1$  ;
- du passage par un point de convergence.

## 5. Surfaces d'onde et théorème de Malus



### Surfaces d'onde *définition*

on appelle surface d'onde d'une source  $S$ , à l'instant  $t$ , l'ensemble des points  $M$  de phase  $\Delta\psi_{S \rightarrow M}$  constante. C'est l'ensemble des points  $M$  à égal chemin optique de la source  $S$  :

$$(SM) = \text{constante}$$



### 2 Théorème de Malus *théorème*

(Idée de la démonstration, hors programme)

Les rayons lumineux sont les lignes de champ de  $\vec{k}$   
et les surfaces d'ondes sont les surface équi- $\psi$ .

En passant de  $z$  à  $z + dz$ , un déphasage est introduit, qui vaut  $d\psi_{M \rightarrow M'} = \overrightarrow{\text{grad}}\psi \cdot \overrightarrow{d\ell}$  or

$$d\psi_{M \rightarrow M'} = \frac{2\pi}{\lambda_0}(MM') + \varphi_{sup} = k \, dz = \vec{k} \cdot \overrightarrow{d\ell}$$

Donc  $\vec{k} = \overrightarrow{\text{grad}}\psi$ . ⇒

Il y a orthogonalité des rayons lumineux et des surfaces d'ondes.



### Exemple d'application du théorème de Malus *schéma*

La figure 1 représente Comme  $H$  est le projeté orthogonal de  $S_1$  sur le rayon issus de  $S_2$ ,  $H$  et  $S_1$  sont dans le même plan d'onde.

Ainsi,  $(S_1M) = (HM)$  d'après le théorème de Malus.



### 3 Stigmatisme *théorème*

deux points appartenant à la même surface d'onde de la source  $A$  (ou  $A'$  par principe du retour inverse de la lumière) sont à même chemin optique de  $A$  (ou de  $A'$ ). ⇒

$$(AA') = \text{constant si } A \text{ est conjugué avec } A'$$



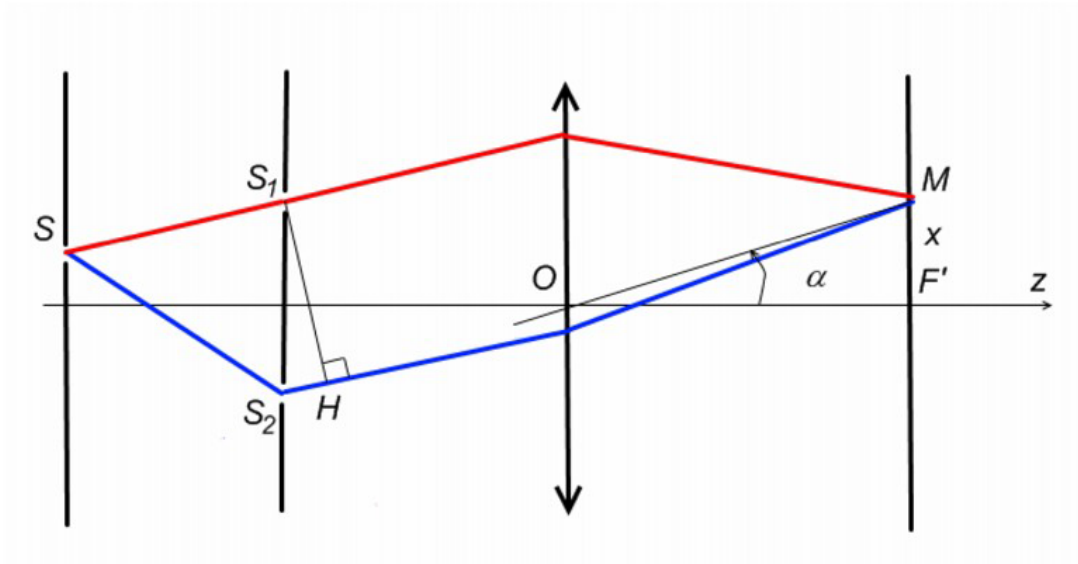
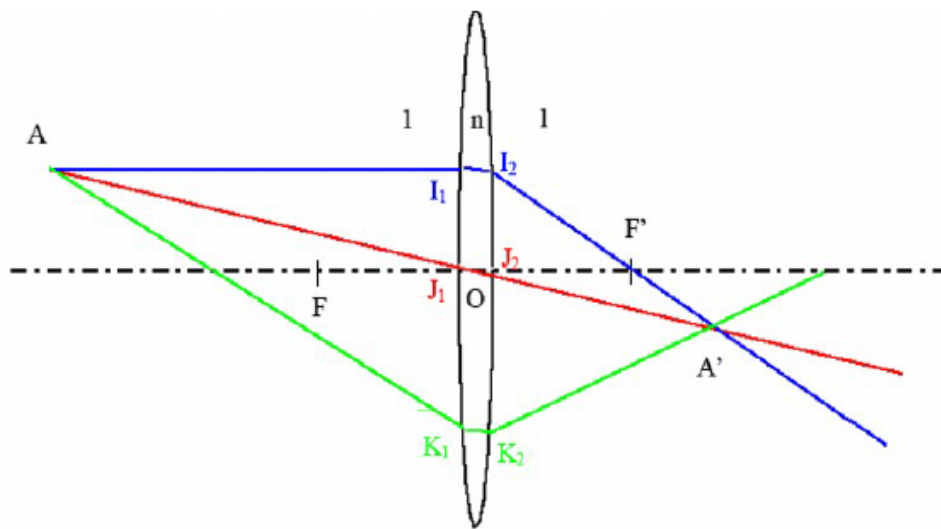


FIGURE 1 – Exemple d’application du théorème de Malus



**Stigmatisme dans le cas d’une lentille convergente** *schéma*

La figure 2 représente le stigmatisme dans le cas où deux points sont conjugués grâce à une lentille convergente. Cela illustre la conservation du chemin optique entre deux points conjugués.



$$L_{AA'} = AI_1 + n \cdot I_1I_2 + I_2A' = AJ_1 + n \cdot J_1J_2 + J_2A' = AK_1 + n \cdot K_1K_2 + K_2A'$$

FIGURE 2 – Stigmatisme dans le cas d’une lentille convergente

**II- Modélisations lumineuses**

**1. Modèles de faisceaux monochromatiques**



### Onde plane monochromatique *définition*

la vibration lumineuse associée à une onde plane monochromatique est

$$s(x, y, z, t) = s_0 \cos(\omega t - k z - \varphi_0) = \text{Re}(\underline{s}) \text{ avec } \underline{s} = \underline{s}_0 \exp[-i(\omega t - k z)]$$



### Onde plane *schéma*

La figure 3 représente une onde plane issue d'un point à l'infini. Les trois points  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$  sont situés sur trois rayons lumineux différents mais sur la même surface d'onde.

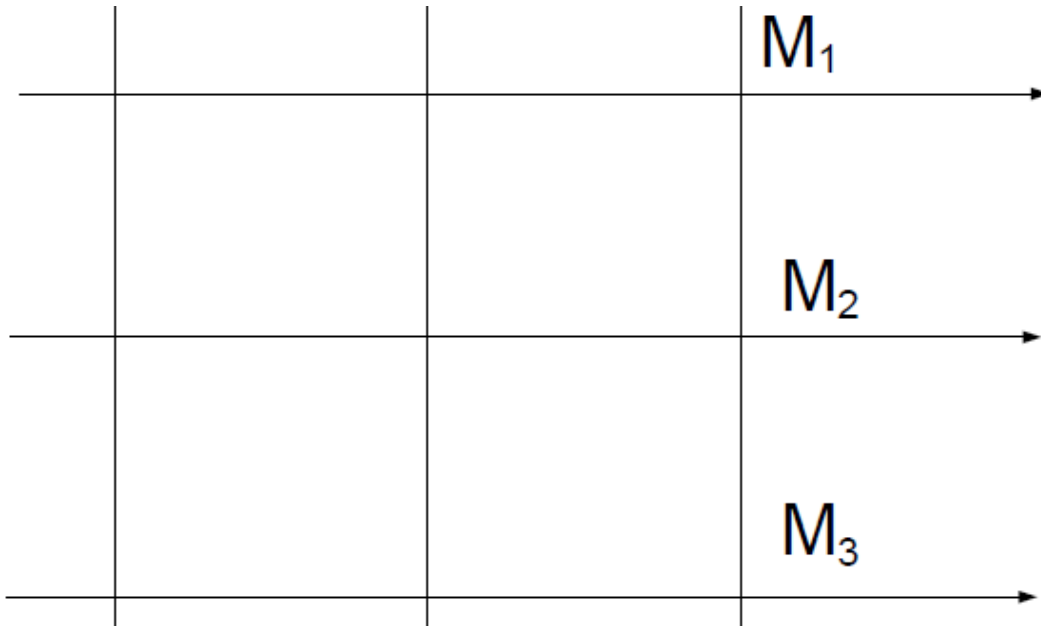


FIGURE 3 – Onde plane



### Onde sphérique monochromatique *définition*

la vibration lumineuse associée à une onde sphérique monochromatique de centre  $O$  est (en sphérique)

$$s(r, \theta, \varphi, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - k r - \varphi_0) = \text{Re}(\underline{s}) \text{ avec } \underline{s} = \frac{A_0}{r} \exp[-i(\omega t - k r)]$$



### Onde sphérique *schéma*

La figure 4 représente une onde sphérique issue d'un point  $S$ . Les trois points  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$  sont situés sur trois rayons lumineux différents mais sur la même surface d'onde.

## 2. Sources lumineuses

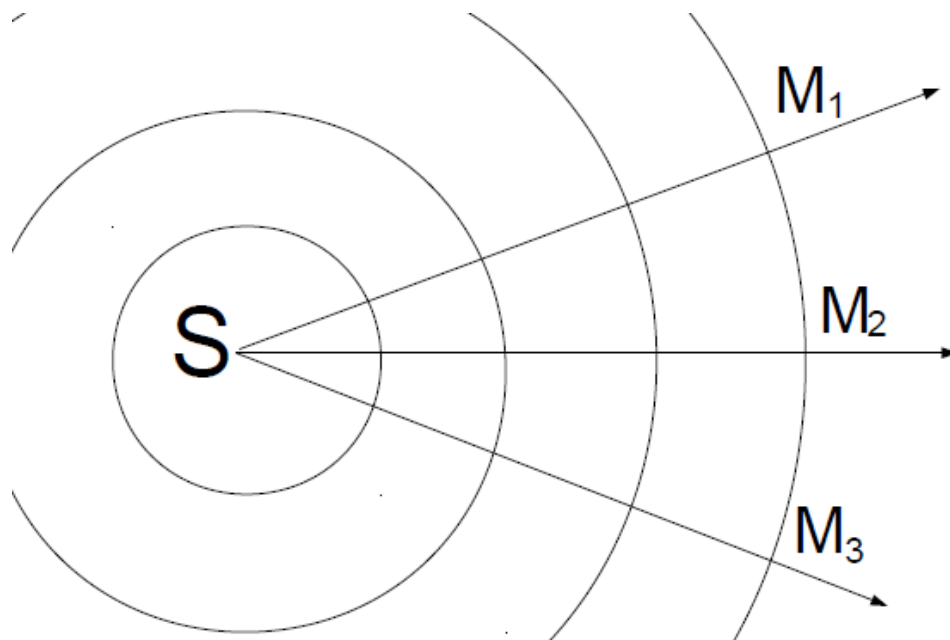


FIGURE 4 – Onde sphérique

✳ **Spectre d’une source lumineuse** *s’y retrouver*

L’intensité lumineuse est décomposable en intensité spectrale  $I_\nu$  :

$$I(M) = \int_{\nu=0}^{\infty} I_\nu(\nu) \, d\nu$$

Le tracé de  $I_\nu(\nu)$  est appelé spectre.

On peut le réaliser expérimentalement grâce à un spectromètre.

✳ **Sources lumineuses classiques et LASER** *s’y retrouver*

contrairement aux lasers, les sources classiques sont fondées sur l’émission spontanée de lumière.

Un laser est un appareil émettant de la lumière amplifiée par émission stimulée. Le terme laser provient de l’acronyme anglo-américain «light amplification by stimulated emission of radiation» (en français : «amplification de la lumière par émission stimulée de radiation»).

✳ **Spectre et transformée de Fourier** *s’y retrouver*

On pourrait montrer que  $I_\nu = |\hat{s}(M, \nu)|^2$ , où  $\hat{s}(M, \nu)$  est la transformée de Fourier de  $s(M, t)$  :

$$\hat{s}(M, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(M, t) e^{-2i\pi\nu t} \, dt$$

**4 Durée et longueur de cohérence temporelle** *théorème*

On admet que les propriétés de la transformée de Fourier nous donnent :  $\Rightarrow$   
 Une source lumineuse a une largeur spectrale  $\Delta\nu$  telle que  $\tau_c \Delta\nu \approx 1$  où

- $\tau_c$  est la durée ("durée de cohérence temporelle") de la vibration lumineuse émise par la source ;
- et  $\ell_c = c\tau_c$ , la longueur de cohérence temporelle.

**Caractéristiques spectrales de quelques sources** *tableau*

Le tableau 1 présente quelques caractéristiques spectrales (largeur de raie  $\Delta\nu$ , durée de cohérence temporelle  $\tau_c$  et longueur de cohérence temporelle  $\ell_c = c\tau_c$ ) pour quelques sources lumineuses

source	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\tau_c$	$\ell_c$
laser <i>HeNe</i>	$10^{-6}$ nm	$10^4$ Hz	$10^{-6}$ s	100 m
raie spectrale <i>Hg</i>	1 nm	$10^{12}$ Hz	$10^{-12}$ s	0,3 mm
lampe blanche	350 nm	$3 \times 10^{14}$ Hz	$3 \times 10^{-15}$ s	1 $\mu$ m

TABLE 1 – Quelques caractéristiques spectrales (largeur de raie  $\Delta\lambda$  et  $\Delta\nu$ , durée de cohérence temporelle  $\tau_c$  et longueur de cohérence temporelle  $\ell_c = c\tau_c$ ) pour quelques sources lumineuses.

**Modèle du train d'onde** *s'y retrouver*

L'amplitude est "sinusoïdale par parties" :

$$\begin{aligned}
 a(S, t) &= a_0 \cos(\omega t - \phi_n) && \dots && \text{si } t \in [n \tau_c; (n + 1) \cdot \tau_c[ \\
 a(S, t) &= a_0 \cos(\omega t - \phi_{n+1}) && \dots && \text{si } t \in [(n + 1) \tau_c; (n + 2) \tau_c[ \\
 &&& \dots &&
 \end{aligned}$$

où les phases à l'origine des dates  $\phi_n, \phi_{n+1}$  sont constantes mais les trains d'onde sont aléatoires entre eux : la suite  $\phi_n$  est une suite aléatoire.

**Modèle du train d'ondes** *schéma*

La figure 5 représente

- en un endroit : "wagons" sinusoïdaux de durée  $\tau_c$  dans le temps ;
- à une date fixée : "wagons" sinusoïdaux de longueur  $\ell_c$  dans l'espace.

**3. Récepteurs lumineux**

**Les récepteurs sont quadratiques** *s'y retrouver*

les récepteurs lumineux ont des temps de réponse  $\tau_r$  très grands devant la période des ondes lumineuses dans le visible  $T \sim 10^{-15}$  s :

- pour l'œil  $\tau_r$  est de l'ordre de 0,1 s ;
- pour une photodiode, le temps de réponse est de  $10^{-6}$  s ;

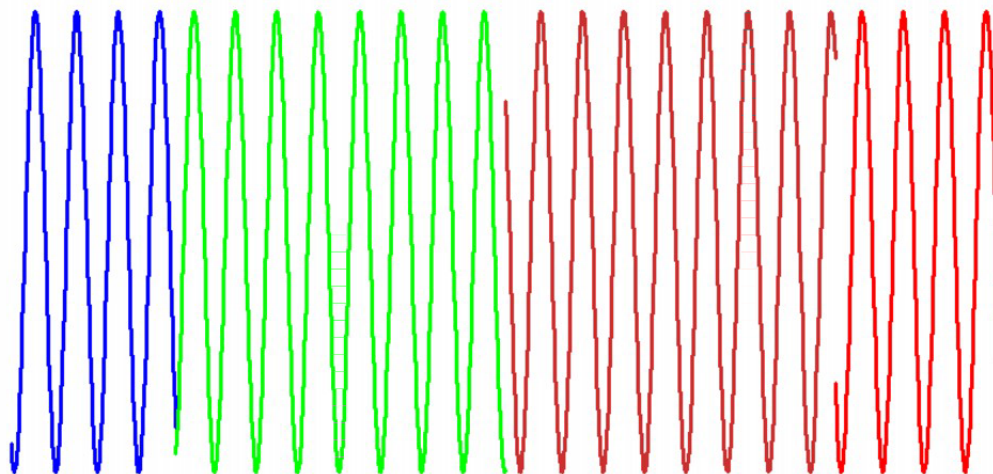


FIGURE 5 – Modèle du train d'ondes

- pour une pellicule photo,  $\tau_r$  est de l'ordre de  $10^{-1}$  s à  $10^{-2}$  s, ce qui correspond au temps d'exposition de la pellicule à la lumière.

Fondamentalement, le détecteur moyenne (sur une durée  $\tau_r$ ) le signal qui lui est envoyé. Les détecteurs lumineux font donc la moyenne du carré de l'amplitude : ils sont *quadratiques* (en électrocinétique, on dirait qu'il s'agit en fait de faire une mesure "efficace").



#### **Intensité lumineuse ou éclairement** *définition*

L'intensité lumineuse (ou l'éclairement) est proportionnelle à la moyenne temporelle (sur un temps  $\tau_r$ ) du carré de la vibration lumineuse au point  $M$  :

$$I(M) = K \langle s^2(M, t) \rangle_{\tau_r}$$

NB : on prendra souvent  $K = 1$  ! Et ni  $s$ , ni  $I$  n'ont d'unités fixées, ce qui est assez inhabituel en physique.



#### **Relativité de l'intensité** *s'y retrouver*

comme les récepteurs ne sont sensibles qu'aux variations relatives de l'éclairement (ou de l'intensité), peu importe la valeur effective de cet éclairement, mais seulement les variations de celui-ci dans le plan d'observation.

Ainsi, l'impression au point  $M$  sur une plaque photo, ou l'éclairement au point  $M$  d'un écran, ou la réponse au point  $M$  d'un photodétecteur, est proportionnelle à l'intensité reçue au point  $M$ . La constante de proportionnalité n'est pas accessible mais on pourra prendre une référence : par exemple, on pourra se référer à l'éclairement maximal sur l'écran.



## Valeurs numériques (compléments) Introduction à l'optique ondulatoire

### spectre visible

$$\lambda \in [400 \text{ nm}; 750 \text{ nm}].$$

$$\nu \in [4 \times 10^{14} \text{ Hz}; 7,5 \times 10^{14} \text{ Hz}].$$

### Caractéristiques spectrales de quelques sources

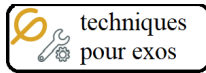
Quelques caractéristiques spectrales (largeur de raie  $\Delta\lambda$  et  $\Delta\nu$ , durée de cohérence temporelle  $\tau_c$  et longueur de cohérence temporelle  $\ell_c = c\tau_c$ ) pour quelques sources lumineuses :

source	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\tau_c$	$\ell_c$
laser $HeNe$	$10^{-6} \text{ nm}$	$10^4 \text{ Hz}$	$10^{-6} \text{ s}$	100 m
raie spectrale $Hg$	1 nm	$10^{12} \text{ Hz}$	$10^{-12} \text{ s}$	0,3 mm
lampe blanche	350 nm	$3 \times 10^{14} \text{ Hz}$	$3 \times 10^{-15} \text{ s}$	1 $\mu\text{m}$

### indices optiques

$$n_{\text{eau}} = 1,33$$

$$n_{\text{verre}} \in [1,5; 1,9]$$



## Techniques pour passer du cours aux exercices (à maîtriser)

### Utiliser les lois de Snell-Descartes

Se souvenir de tracer dans le plan d'incidence (celui défini par le rayon incident et la normale au dioptre).  
La déviation est l'angle font entre eux les vecteurs d'onde incident ( $\vec{k}$ ) et final  $\vec{k}'$ .

### lois de la réflexion pour un miroir plan

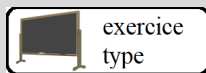
- Soit utiliser les lois de la réflexion ;
- soit utiliser l'image (qui est symétrique de l'objet par le plan du miroir) ;
- soit utiliser les vecteurs d'onde incident ( $\vec{k} = k_x \vec{u}_x + k_y \vec{u}_y + k_z \vec{u}_z$ ) et réfléchi  $\vec{k}' = -k_x \vec{u}_x + k_y \vec{u}_y + k_z \vec{u}_z$  si le miroir plan a comme normale  $\vec{u}_x$ .

### cas d'un dioptre sphérique

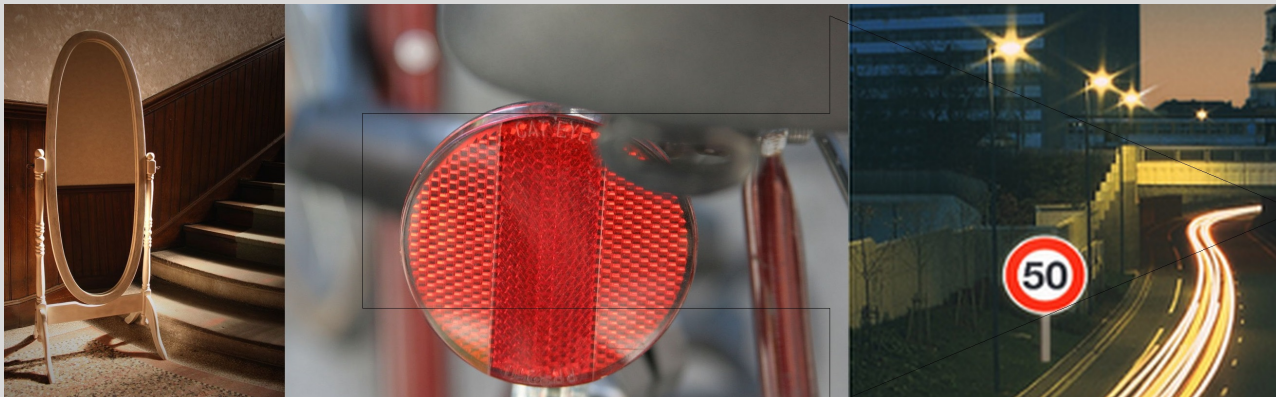
- Il faut repérer la normale au miroir (c'est le rayon de la sphère) ;
- on peut démontrer que le foyer d'un miroir sphérique est entre le centre et le sommet (au milieu).

### lois de la réfraction

- On peut transformer le sin en cos en élevant au carré ( $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ).
- Si l'angle est suffisamment petit  $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$  **en radians !**



### Exercice 4.1 (le prof fait cet exercice type jeudi) Lois de Snell-Descartes



1) On considère un homme vertical de hauteur  $h$ , dont les yeux sont à l'altitude  $o$  par rapport au sol. L'homme se tient à une distance  $d$  d'un miroir plan de hauteur  $g$ , accroché à un mur vertical à une distance  $z$  du sol.

- 1.a) Quelle dimension minimale le miroir doit-il avoir pour que l'homme se voit de pied en cap ?
- 1.b) A quelle distance doit se placer l'homme pour se voir en entier si les conditions sont réunies ?

#### 2) Catadioptrés :

Les "catadioptrés" des voitures (formés d'empreintes cubiques moulées dans un plastique traditionnellement rouge) semblent s'allumer la nuit quand on s'en approche. Pour expliquer leur fonctionnement, on considère un "coin de cube", c'est à dire trois miroirs plans qui font un angle droit entre eux.

Montrer que la lumière incidente est renvoyée vers la source par le "coin de cube".

#### 3) Panneaux lumineux :

On utilise des billes colorées en verre au plomb ( $n = 1,9$ ) noyées dans une matrice pour réaliser les panneaux de signalisation routiers qui renvoient la lumière des phares. Pour expliquer leur fonctionnement, on considère maintenant une bille sphérique transparente d'indice  $n$ , de rayon  $R$  éclairée par un rayon lumineux parallèle à l'axe optique, à la distance  $h$ . Soit  $i$  l'angle qu'il fait avec la normale à la sphère. On se placera dans l'approximation des "petits angles".

Montrer que le faisceau est renvoyé dans la direction d'où il vient si  $n$  a une valeur particulière.

## 1) Miroir

**1.a)** L'image virtuelle est à la distance  $d$  du miroir. Le rayon qui vient du pied virtuel vers l'œil, est à une altitude  $z'$  sur le mur avec (Thalès) :  $\frac{o}{z'} = \frac{2.d}{d}$ , soit  $z' = \frac{o}{2}$ . Pour que l'homme voit ses pieds, il faut que le rayon passe par le miroir : c'est le cas si et seulement si :  $z' > z$ . Aussi,

$$z < \frac{o}{2}$$

Le rayon qui vient du haut de la tête virtuelle vers l'œil, est à une altitude  $z''$  sur le mur avec (Thalès) :  $\frac{h-o}{h-z''} = \frac{2.d}{d}$ , soit  $z'' = \frac{h+o}{2}$ . Pour que l'homme voit ses pieds, il faut que ce rayon passe par le miroir : c'est le cas si et seulement si :  $z'' < z + g$ . Aussi,

$$z + g > \frac{h+o}{2}$$

Les deux dernières conditions donnent :  $g > \frac{h+o}{2} - z$  et  $-z > -\frac{o}{2}$ , soit  $g > \frac{h+o}{2} - \frac{o}{2} \Rightarrow$

$$g > \frac{h}{2}$$

**1.b)** Les précédentes relations ne dépendent pas de la distance  $d$  car le grandissement du miroir plan est  $\gamma = 1$ .

Aussi, l'homme peut se placer à n'importe quelle distance pour se voir en entier.

Pour contourner le problème, il suffit d'utiliser un miroir non vertical : une psyché est un miroir inclinable (en rotation autour d'un axe horizontal).

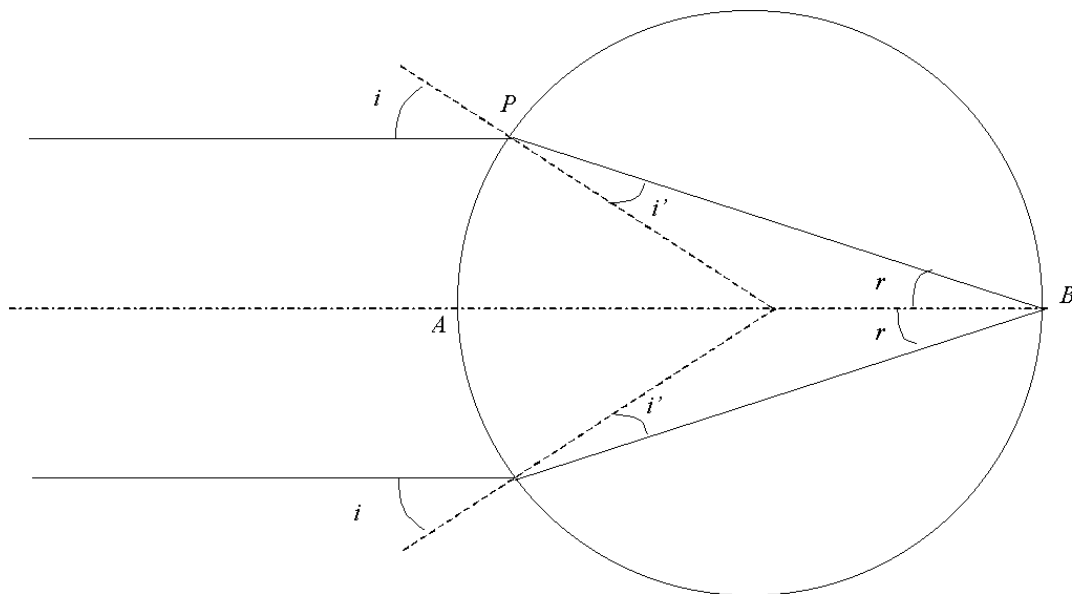
## 2) Catadioptrés :

Si  $\vec{u}_z$  est la normale au miroir plan, le vecteur d'onde incident  $\vec{k}_i = k_x \cdot \vec{u}_x + k_y \cdot \vec{u}_y + k_z \cdot \vec{u}_z$  est transformé en  $\vec{k}_r = k_x \cdot \vec{u}_x + k_y \cdot \vec{u}_y - k_z \cdot \vec{u}_z$ .

Le "coin de cube" est formé de trois miroirs dont les normales sont  $\vec{u}_x$ ,  $\vec{u}_y$  et  $\vec{u}_z$ . Donc, après une réflexion lumineuse sur chacun d'entre eux, le vecteur d'onde incident  $\vec{k}_i = k_x \cdot \vec{u}_x + k_y \cdot \vec{u}_y + k_z \cdot \vec{u}_z$  est transformé en  $\vec{k}_r = -k_x \cdot \vec{u}_x - k_y \cdot \vec{u}_y - k_z \cdot \vec{u}_z = -\vec{k}_i$  : la lumière est renvoyée dans la direction d'où elle vient.

## 3) Panneaux lumineux :

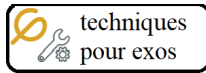
Pour que le faisceau incident en  $P$  sur la bille soit renvoyé dans la direction d'où il vient, il faut qu'il soit réfracté sur l'axe (en  $B$ , cf. figure ??).



Donc, il faut que  $r = \frac{h}{2.R}$ . or  $i = \frac{h}{2.R} \Rightarrow r = \frac{i}{2}$ . d'autre part,  $r = i'$ . Or les lois de la réfraction  $1. \sin i = n. \sin i'$  induisent aux petits angles  $i = n.i' = n.r = \frac{n}{2}i$ .

Il vient donc  $n = 2$ .





## Techniques pour passer du cours aux exercices (à maîtriser)

### Tracer des rayons lumineux à travers une lentille mince

#### Trois rayons lumineux passant par une lentille mince

- Les rayons passant par le centre  $O$  d'une lentille ne sont pas déviés.
- Les rayons incidents sur la lentille passant par le foyer objet  $F$  sortent parallèlement à l'axe optique.
- Les rayons incidents sur la lentille parallèles à l'axe optique sortent en passant par le foyer image  $F'$ .

#### Déterminer l'image d'un objet

- $A$  sur l'axe optique aura une image  $A'$  sur l'axe. Il faut considérer  $B$ , hors de l'axe optique, dans le même plan perpendiculaire à l'axe que  $A$ .  $B$  a pour image  $B'$ , hors de l'axe optique, dans le même plan perpendiculaire à l'axe que  $A'$ .
- Pour déterminer  $B'$ , il faut regarder l'intersection d'au moins deux rayons provenant de  $B$ , suivant les règles qui précèdent.

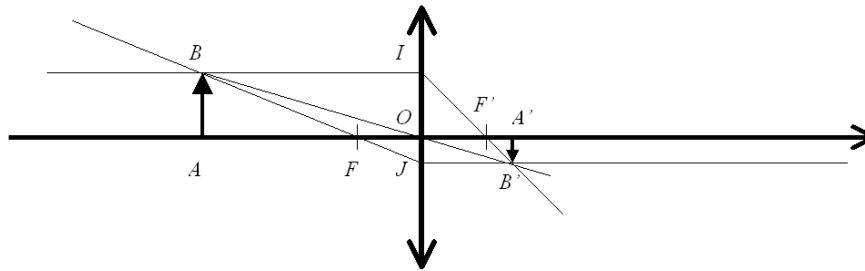
#### Démontrer les lois de conjugaison

- En se servant du schéma suivant, grâce à deux relations de Thalès, démontrer les lois de conjugaison avec origine au centre  $O$  :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

- On peut faire de même pour démontrer les lois de conjugaison avec origine aux foyers

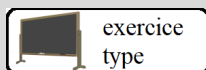
$$\overline{F'A'} \overline{FA} = -f'^2$$



### Etudier un système optique composé de lentilles minces

Faire un schéma-bloc

Tracer la marche des rayons lumineux



#### Exercice 4.2 (le prof fait cet exercice type jeudi) Systèmes dioptriques

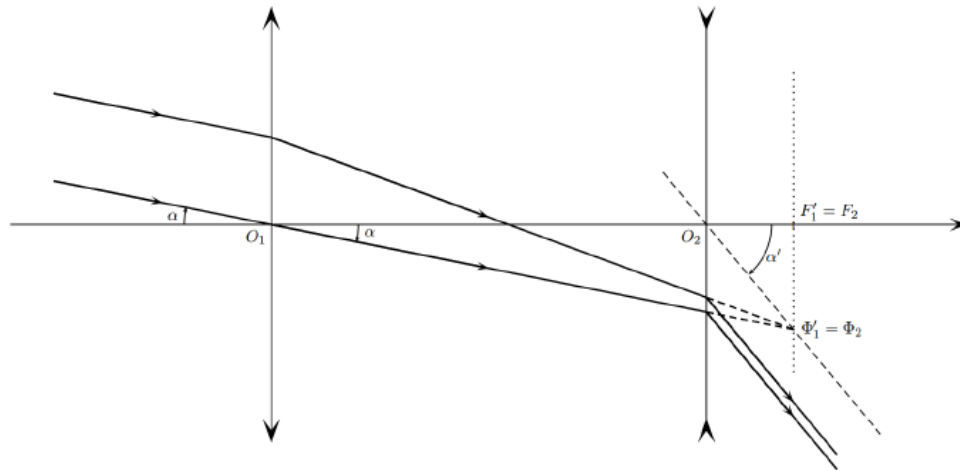
La première lunette de Galilée est un système afocal, composé d'un tube principal et de deux sections mineures, dans lesquelles sont placés l'objectif et l'oculaire. Le tube principal se compose de deux tubes semi-circulaires tenus ensemble par un fil de cuivre et recouverts de papier. L'objectif est biconvexe et mesure 51 millimètres de diamètre, mais les rayons de courbure des surfaces ne sont pas pareils ; la distance focale est de 1 330 millimètres, l'épaisseur au centre de 2,5 millimètres. L'oculaire est plan-concave et mesure 26 millimètres de diamètre ; le côté concave a un rayon de courbure en direction de l'œil de 48,5mm ; son épaisseur au centre est de 3 mm, la distance focale de -94 millimètres (la distance focale négative indique qu'il s'agit d'une lentille divergente). Cet instrument peut agrandir les objets 14 fois et dispose d'un champ visuel de 15'.

issu de l'article wikipedia [https://fr.wikipedia.org/wiki/Lunettes\\_de\\_Galilée](https://fr.wikipedia.org/wiki/Lunettes_de_Galilée).

- 1) Faire un schéma du dispositif et tracer la marche des rayons lumineux depuis une étoile.
- 2) Calculer la valeur numérique du grossissement. Comparer à ce qui est donné dans le document.
- 3) Définir le "champ visuel" et calculer sa valeur numérique. Comparer à ce qui est donné dans le document.
- 4) Comment adapter cette lunette à la vision d'objets certes lointains mais pas à l'infini ?

1)

La figure suivante représente la construction demandée :



2) Grossissement

(b) Sur le schéma de la figure précédente, on détermine  $\alpha$  dans le triangle  $O_1F_1'\Phi_1'$  :

$$\alpha \simeq \tan \alpha = \frac{\overline{F_1'\Phi_1'}}{\overline{O_1F_1'}}$$

2

Puis on détermine  $\alpha'$  dans le triangle  $O_2F_2\Phi_2$  :

$$\alpha' \simeq \tan \alpha' = \frac{\overline{F_2\Phi_2}}{\overline{O_2F_2}}$$

Or  $F_1' = F_2$  et  $\Phi_1' = \Phi_2$ , le grossissement angulaire  $G$  s'écrit donc

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{F_2\Phi_2}}{\overline{O_2F_2}} \times \frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{F_1'\Phi_1'}} = \frac{f_1'}{f_2}$$

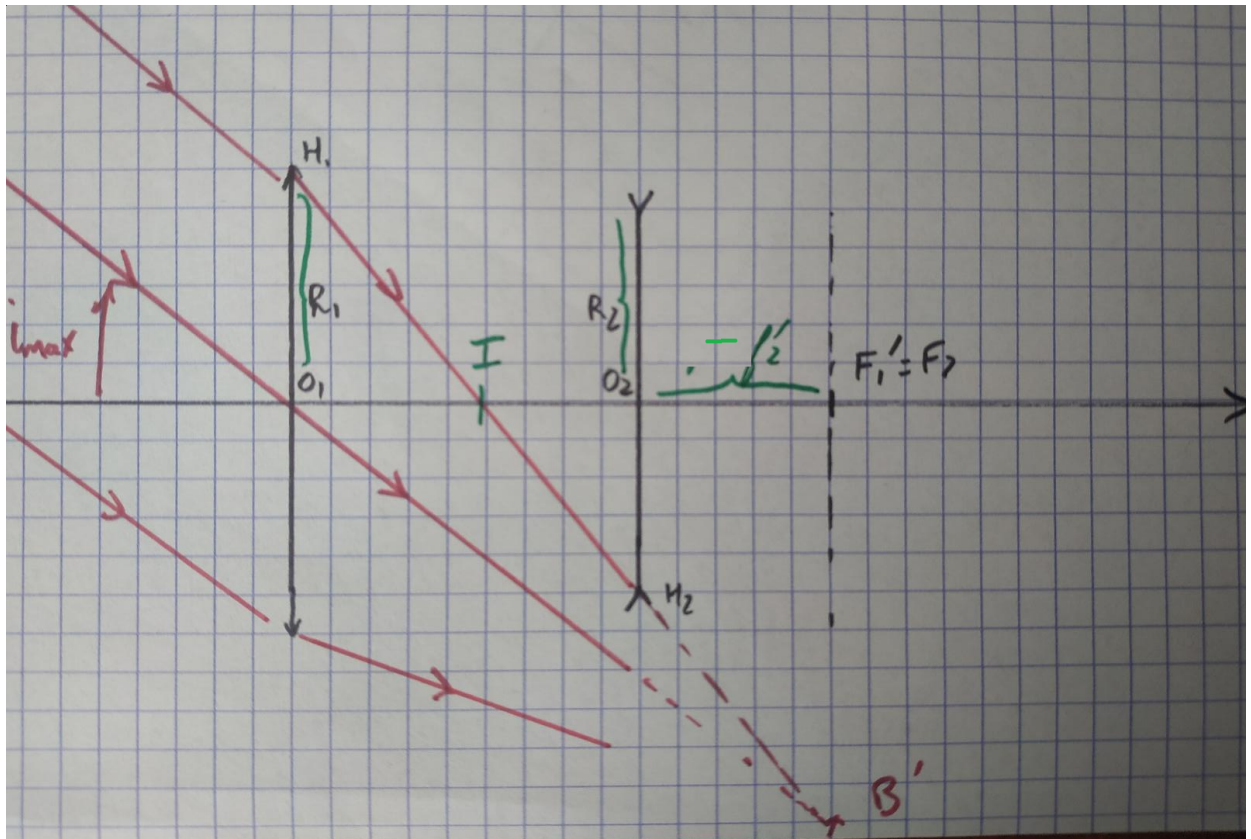
On obtient  $\left| G = \frac{f_1'}{f_2} \right|$

$$G = \frac{f_1'}{f_2} = \frac{1330}{-94} = 14$$

comme le dit le document.

3) Champ : c'est l'angle maximal  $i_{\max}$  sous lequel on peut voir l'image à travers la lunette.

Traçons donc le rayon entre objectif et oculaire qui passe par les extrémités  $H_1$  et  $H_2$  de ces lentilles. Il se prolonge jusque dans le plan focal image de l'objectif en  $B'$ . On peut alors tracer, à rebours, le rayon qui passe par  $O_1$  et aboutit en  $B'$ . Ce rayon fait un angle  $i_{\max}$  avec l'axe optique car tous les rayons incidents sur l'objectif avec cet angle ne passeront pas par l'oculaire :



On voit que  $\tan i_{\max} \approx i_{\max} = \frac{F'_1 B'}{f'_1}$ .

D'autre part, Thalès s'écrit :

$$\frac{IO_2}{R_2} = \frac{IO_1}{R_1} = \frac{IF'_1}{F'_1 B'}$$

Or  $IO_1 = f'_1 - IF'_1$  et  $IO_2 = IF'_1 + f'_2$ , donc

$$\frac{IF'_1 + f'_2}{R_2} = \frac{f'_1 - IF'_1}{R_1} = \frac{IF'_1}{f'_1 i_{\max}}$$

soit

$$\frac{IF'_1}{R_2} + \frac{IF'_1}{R_1} = \frac{-f'_2}{R_2} + \frac{f'_1}{R_1} \Rightarrow IF'_1 = \frac{R_2 f'_1 - f'_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

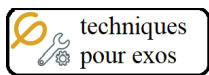
et on remplace dans

$$\frac{IF'_1}{f'_1 i_{\max}} = \frac{f'_1 - IF'_1}{R_1} = \frac{f'_1 - \frac{R_2 f'_1}{R_1 + R_2}}{R_1} + \frac{f'_2}{R_1 + R_2} = \frac{f'_1}{R_1 + R_2} + \frac{f'_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow \frac{R_2 f'_1 - f'_2 R_1}{f'_1 i_{\max}} = f'_1 + f'_2$$

$$i_{\max} = \frac{R_2 f'_1 - f'_2 R_1}{f'_1 (f'_1 + f'_2)} = \frac{26/2 \times 1330 + 51/2 \times 94}{1330 \times (1330 - 94)} = 12,0 \text{ mrad}$$

soit  $41'$ , bien plus grand (mais du même ordre de grandeur que  $15'$ ) : la monture limite peut-être le champ.

4) Si l'objet n'est plus à l'infini, l'image intermédiaire se rapproche de  $O_1$ , il faut rapprocher d'autant le plan focal objet de la lentille divergente pour que l'image intermédiaire devienne un objet qui donne une image à l'infini.



**Techniques pour passer du cours aux exercices**  
(à maîtriser)

**Déterminer un chemin optique**

**En suivant un rayon lumineux**

Il faut bien déterminer les points ( $A_k$ ) où le rayon lumineux passe par des dioptries.

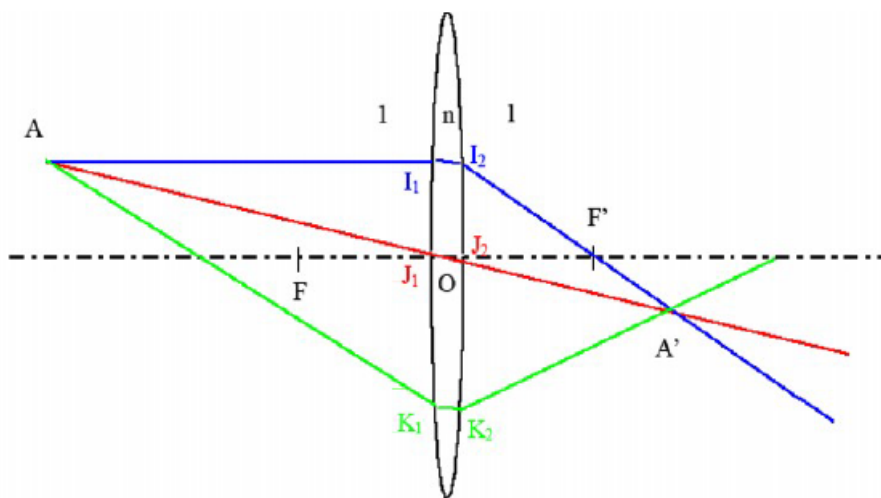
**Attention ! La représentation d'une lentille par le modèle de la lentille mince est incohérent (on ne voit pas les dioptries).**

Le chemin lumineux est alors  $L = n_1 A_1 A_2 + n_2 A_2 A_3 + \dots$

**Déterminer une différence de marche**

**Utiliser le stigmatisme**

Si deux points  $A$  et  $A'$  sont conjugués par un dispositif optique, tous les chemins optiques qui joignent  $A$  et  $A'$  sont égaux.

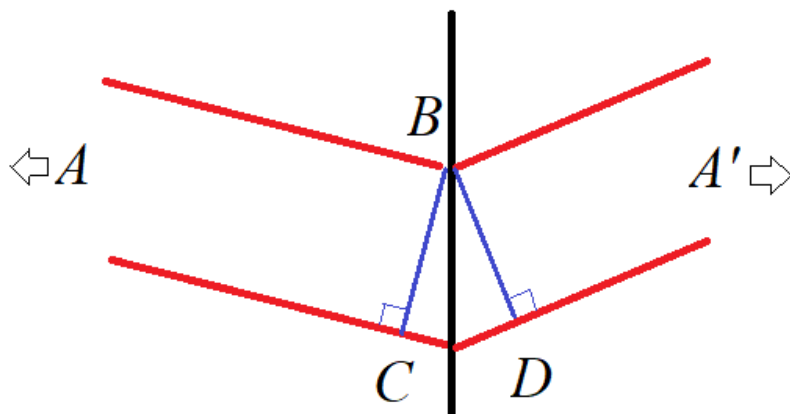


$$L_{AA'} = AI_1 + n \cdot I_1 I_2 + I_2 A' = AJ_1 + n \cdot J_1 J_2 + J_2 A' = AK_1 + n \cdot K_1 K_2 + K_2 A'$$

**Utiliser le théorème de Malus**

Dans le cas d'une onde plane, les surface d'onde sont des plans perpendiculaires aux rayons lumineux.

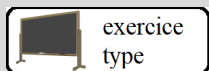
Si  $A$  est un objet ponctuel à l'infini (dans le plan focal objet d'une lentille convergente par exemple) et  $B$  et  $C$  deux points dans le même plan d'onde, alors



$$(AB) = (AC)$$

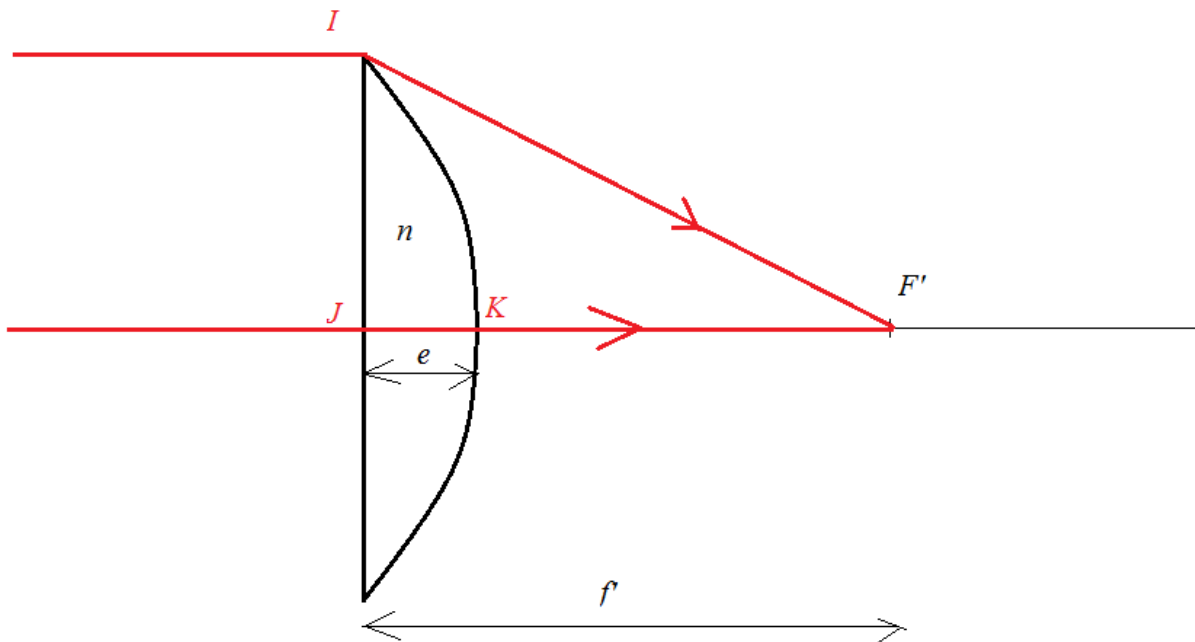
Si  $A'$  est une image ponctuelle à l'infini (dans le plan focal image d'une lentille convergente par exemple) et  $B$  et  $D$  deux points dans le même plan d'onde, alors

$$(BA') = (DA')$$



**Exercice 4.3** (le prof fait cet exercice type jeudi)  
**L'épaisseur d'une lentille**

1) Evaluer l'épaisseur d'une lentille plan -convexe (convergente) de diamètre 6 cm et de focale 40 cm.



Les points  $I$  et  $J$  sont sur le même plan d'onde. Le stigmatisme impose :

$$(IF') = (JKF')$$

or  $JF' = f'$  et  $JK = e$  donc  $KF' = f' - e$  ainsi

$$(JKF') = nJK + KF' = (n-1)e + f'$$

D'autre part, l'application du théorème de Pythagore dans le triangle  $IF'J$  rectangle en  $J$  donne :

$$IF' = \sqrt{IJ^2 + JF'^2} = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + f'^2} \Rightarrow (IF') = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + f'^2} \approx f' \left(1 + \frac{d^2}{8f'^2}\right)$$

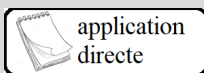
Donc

$$(n-1)e + f' \approx f' \left(1 + \frac{d^2}{8}\right)$$

$\Rightarrow$

$$e = \frac{d^2}{8(n-1)f'} = \frac{0,06^2}{8 \times (1,5 - 1) \times 0,4} = 2,3 \text{ mm}$$

ce qui semble être un bon ordre de grandeur.



application  
directe

**Exercice 4.4** pour s'entraîner

### Calcul de chemin optique dans le cas d'une lentille

Soient  $A$  et  $A'$  deux points sur l'axe d'une lentille d'épaisseur  $e$  d'indice  $n$  de focale  $f'$ , de centre  $O$ . On connaît  $\overline{OA}$ .

- 1) Déterminer le chemin optique  $(AA')$ .
- 2) En déduire  $(AH)$ , si  $H$  est un point sur la lentille à une distance  $h$  de l'axe, du côté de  $A'$ .

1)  $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA}}$ , donc  $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{f' + \overline{OA}}$ . Ainsi,  $AA' = \overline{AA'} = -\overline{OA} + \frac{\overline{OA} \cdot f'}{f' + \overline{OA}} = -\frac{\overline{OA}^2}{f' + \overline{OA}}$ . Le chemin optique est :  $(AA') = AA' - e + n.e$ , soit

$$(AA') = -\frac{\overline{OA}^2}{f' + \overline{OA}} + (n-1).e$$

2)  $(AH) + (HA') = (AA')$ , donc  $(AH) = (AA') - (HA')$ . Or  $(HA') = HA' = \sqrt{(h^2 + \overline{OA}^2)}$  d'après Pythagore. Donc, comme  $\overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{f' + \overline{OA}}$ ,

$$(AH) = -\frac{\overline{OA}^2}{f' + \overline{OA}} + (n-1) \cdot e - \sqrt{\left(h^2 + \left(\frac{\overline{OA} \cdot f'}{f' + \overline{OA}}\right)^2\right)}$$



**Exercice 4.5** pour s'entraîner

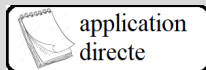
### Calcul de chemin optique dans le cas d'un foyer

Soit  $F$  le foyer objet d'une lentille d'épaisseur  $e$  d'indice  $n$  de focale  $f'$ , de centre  $O$ .

- Déterminer le chemin optique  $(AB)$ , où  $B$  est accolé à la lentille, sur l'axe de la lentille, côté image.
- Même question pour  $C$ , accolé à la lentille, à une distance  $h$  de l'axe de la lentille, côté image.

1)  $(AB) = f' + n \cdot e$ .

2)  $C$  sont sur le même plan d'onde, donc  $(AB) = (AC) = f' + n \cdot e$ .



**Exercice 4.6** pour s'entraîner

### Calcul de chemin optique dans le cas d'un miroir plan

Soit  $A$  un point ayant pour symétrique  $A'$  par rapport à un miroir plan  $M$ .

- Déterminer le chemin optique  $(AP)$ , où  $P$  est un point atteint par la lumière après réflexion sur  $M$ .

$(AP) = A'P$ .



**Exercice 4.7** pour s'entraîner

### Limitation du taux de transfert d'une fibre optique

Une impulsion lumineuse de courte durée envoyée dans une fibre optique d'indice  $n = 1,5$  subit un élargissement temporel lorsqu'elle ressort de celle-ci. Ceci limite rapidement le taux maximal de transfert d'informations à grande distance. En effet, les rayons lumineux d'inclinaisons différentes n'ont pas le même chemin à parcourir dans la fibre, donc leur temps de parcours est variable.

- Calculer la différence de temps  $\Delta t$  mis par deux rayons lumineux se propageant dans une fibre optique de longueur  $L = 10 \text{ km}$ , l'un sur l'axe de la fibre et l'autre incliné de  $\theta = 20^\circ$  par rapport à celui-ci.
- Quel nombre d'informations  $N$  peut transférer une telle fibre par unité de temps?

1) Rayon sur l'axe : distance  $l_1$ , temps de parcours  $t_1 = \frac{l_1}{c}$ .

Rayon incliné : distance  $l_2$ , temps de parcours  $t_2 = \frac{l_2}{c}$ .

Géométriquement,  $\cos \theta = \frac{l_1}{l_2}$ , soit  $\Delta t = t_2 - t_1$ , en prenant  $l_1 = L$ . Soit :

$$\Delta t = \frac{n \cdot L}{c} \left( \frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) = 3,2 \mu\text{s}$$

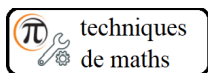
- 2) On doit éloigner deux "bips" de  $\Delta t$  au moins, donc la fréquence des bips doit être  $f < N = \frac{1}{\Delta t}$ , soit

$$N = \frac{c}{n \cdot L \cdot \left( \frac{1}{\cos \theta} - 1 \right)} = 0,31 \text{ MHz}$$

application  
directe**Exercice 4.8** pour s'entraîner**Différence de marche en lame d'air**

On s'intéresse aux deux miroirs parallèles distants de  $e$ , le premier miroir traversé par la lumière réfléchissent une partie de celle-ci, et laissant passer l'autre partie. On repère la position sur l'écran à partir du foyer  $F'$  avec le rayon  $r$ . Si la focale de la lentille est  $f'$ ,  $\theta = \frac{r}{f'}$  est l'angle que font les rayons qui vont interférer avec l'axe optique. Montrer que la différence de marche en  $r$  vaut  $\Delta = 2.e. \cos \theta$ .

La différence de marche vaut  $\Delta = 2.e. \cos \theta = 2.e \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)$  où  $\theta = \frac{r}{f'}$  est l'angle que font les rayons qui vont interférer avec l'axe optique.



**Techniques mathématiques à maîtriser**  
**Calcul de spectres**

**Transformée de Fourier d'une fonction**

Soit  $f(t)$  une fonction ayant un certain nombre de propriétés mathématiques qu'on supposera vérifiées. On pose sa transformée de Fourier :

$$\hat{f}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-2i\pi\nu t) dt$$

**Propriété de la transformée de Fourier d'une fonction réelle**

Si  $f(t)$  est réelle, sa transformée de Fourier est paire :  $\hat{f}(-\nu) = \hat{f}(+\nu)$ .

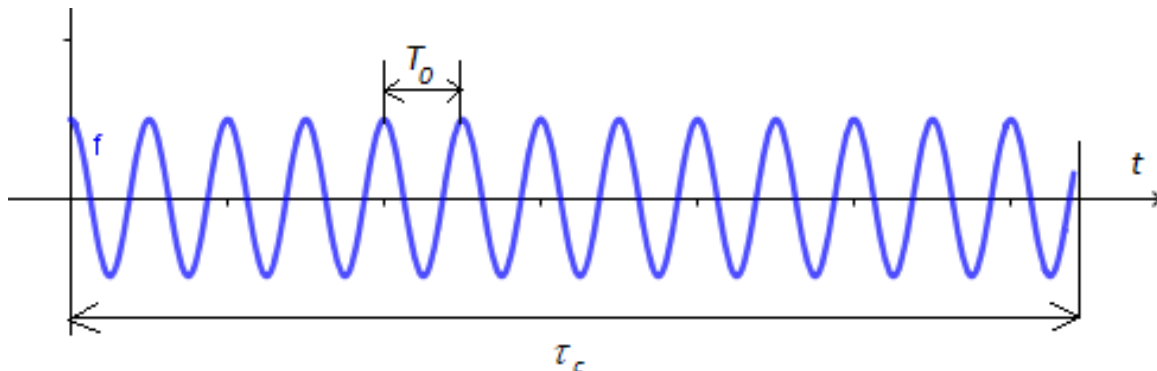
**Spectre d'une fonction réelle**

Le spectre de  $f(t)$  est la représentation graphique de  $|\hat{f}(\nu)|^2$  pour  $\nu \in [0; \infty[$ .

**Passage de l'espace réel à l'espace réciproque**

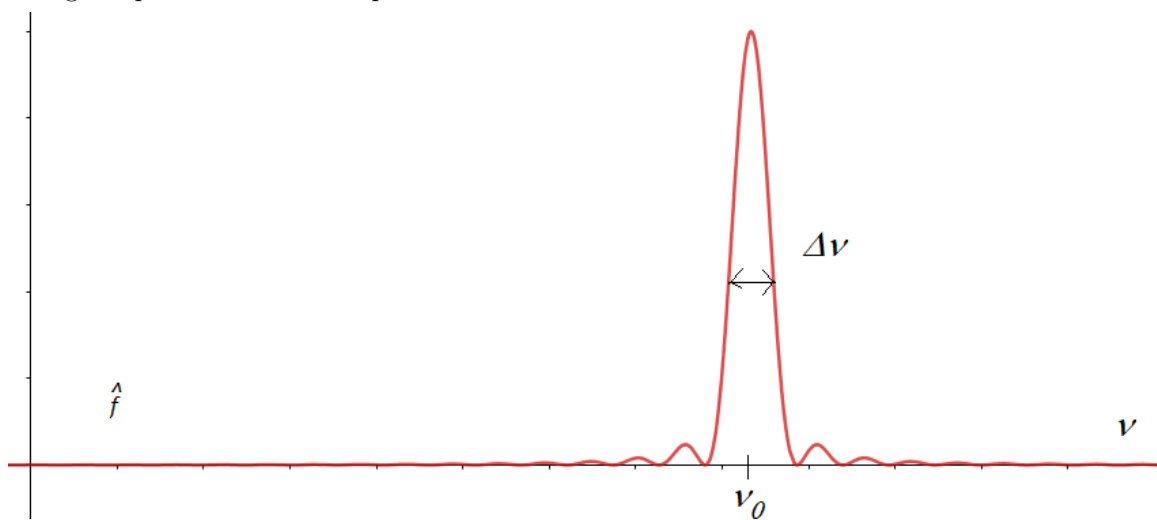
La représentation de  $f(t)$  (dans l'espace "réel") fait apparaître :

- une période caractéristique  $T_0$  ;
- une durée caractéristique  $\tau_c$ .



La représentation de  $\hat{f}(\nu)$  (dans l'espace "réciproque") fait apparaître :

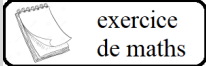
- une fréquence caractéristique  $\nu_0$  ;
- une largeur spectrale caractéristique  $\Delta\nu$ .



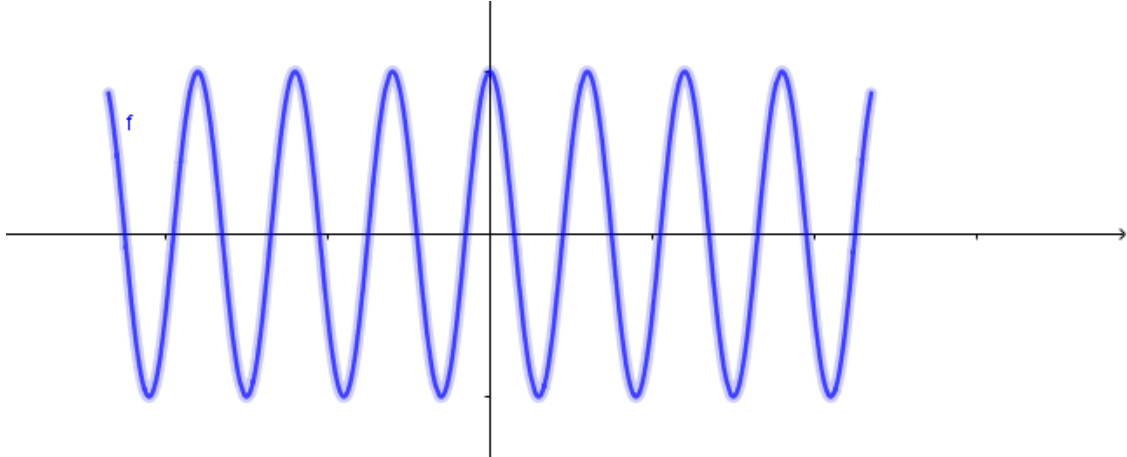
On admettra que

$$\nu_0 \approx \frac{1}{T_0} \text{ et } \Delta\nu \approx \frac{1}{\tau_c}$$

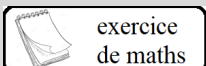
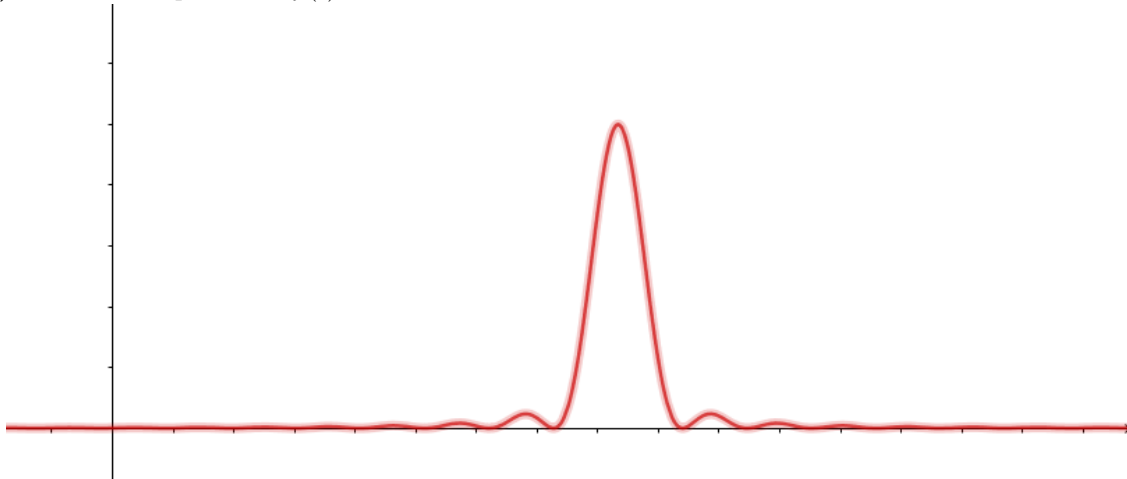


exercice  
de maths**Exercice 4.9** pour s'entraîner**Calcul des coefficients de Fourier d'un train d'onde**1) Tracer l'allure de  $f(t)$  telle que :

- $f(t) = \cos(2\pi\nu_0 t)$  si  $t \in [-\frac{\tau_c}{2}; +\frac{\tau_c}{2}]$
- $f(t) = 0$  sinon.

2) Calculer la transformée de Fourier  $\hat{f}(\nu)$  de  $f(t)$ .3) Tracer l'allure du spectre de  $f(t)$ .1) L'allure de  $f(t)$  est la suivante :2) La transformée de Fourier de  $f(t)$  est

$$\hat{f}(\nu) = \frac{\tau_c}{2} (\text{sinc}(\pi(\nu - \nu_0)\tau_c) + \text{sinc}(\pi(\nu + \nu_0)\tau_c))$$

3) L'allure du spectre de  $f(t)$  est la suivante :exercice  
de maths**Exercice 4.10** pour s'entraîner**Calcul des coefficients de Fourier d'une onde "apodisée"**

1) Tracer l'allure de

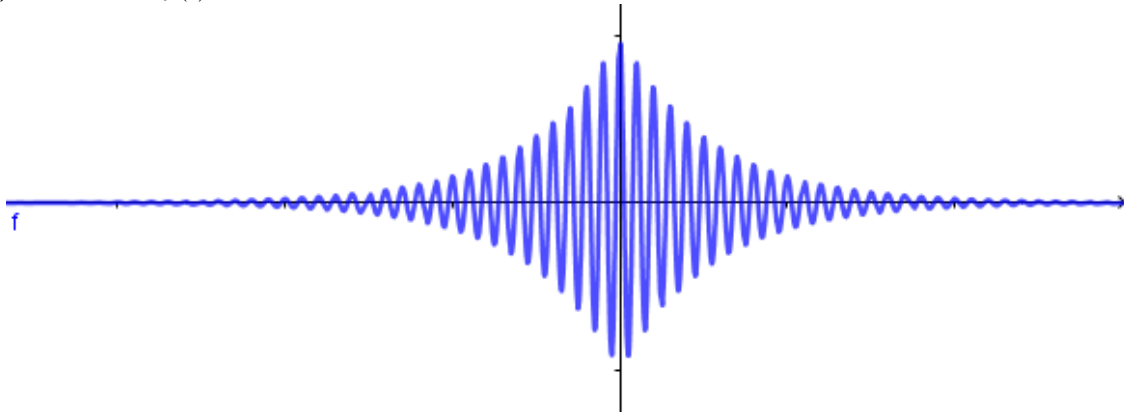
$$f(t) = \cos(2\pi\nu_0 t) e^{-\frac{|t|}{\tau_c}}$$

La transformée de Fourier de  $f(t)$  est

$$\hat{f}(\nu) = \tau_c \left( \frac{1}{1 + (2\pi(\nu - \nu_0)\tau_c)^2} + \frac{1}{1 + (2\pi(\nu + \nu_0)\tau_c)^2} \right)$$

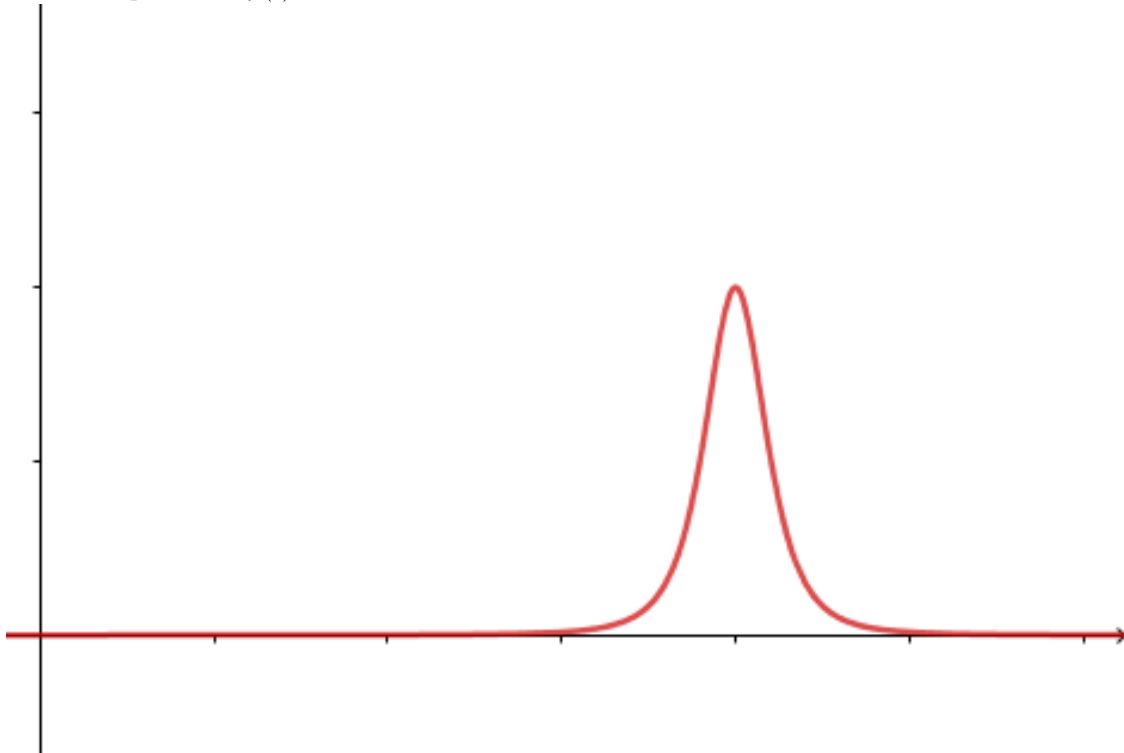
- 2) Tracer l'allure du spectre de  $f(t)$ .
- 3) Estimer  $\Delta\nu$ , la largeur à mi hauteur du pic.

1) L'allure de  $f(t)$  est la suivante :



2) Pour  $\nu > 0$ ,  $|\hat{f}(\nu)| \approx \frac{\tau_c^2}{(1+(2\pi(\nu-\nu_0)\tau_c)^2)^2}$ .

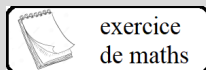
L'allure du spectre de  $f(t)$  est donc la suivante :



3)

Le maximum est en  $\nu_0$ , il vaut  $\tau_c^2$ . Il faut donc trouver  $\Delta\nu$ , tel que

$$\left(1 + \left(2\pi \left(\frac{\Delta\nu}{2}\right) \tau_c\right)^2\right)^2 = 2 \Leftrightarrow \Delta\nu = \frac{2\sqrt{\sqrt{2}-1}}{2\pi \tau_c}$$



exercice  
de maths

**Exercice 4.11** pour s'entraîner

**Calcul des coefficients de Fourier d'une onde gaussienne**

1) Tracer l'allure de

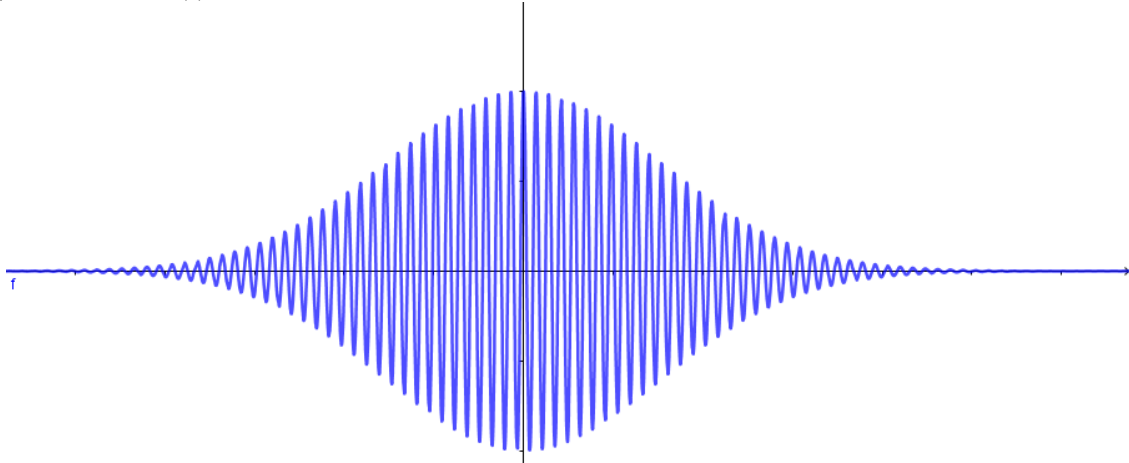
$$f(t) = \cos(2\pi\nu_0 t) e^{-\frac{t^2}{\tau_c^2}}$$

La transformée de Fourier de  $f(t)$  est

$$\hat{f}(\nu) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \tau_c \left( \exp\left(-\pi^2 (\nu - \nu_0)^2 \tau_c^2\right) + \exp\left(-\pi^2 (\nu + \nu_0)^2 \tau_c^2\right) \right)$$

- 2) Tracer l'allure du spectre de  $f(t)$ .
- 3) Estimer  $\Delta\nu$ , la largeur à mi hauteur du pic.

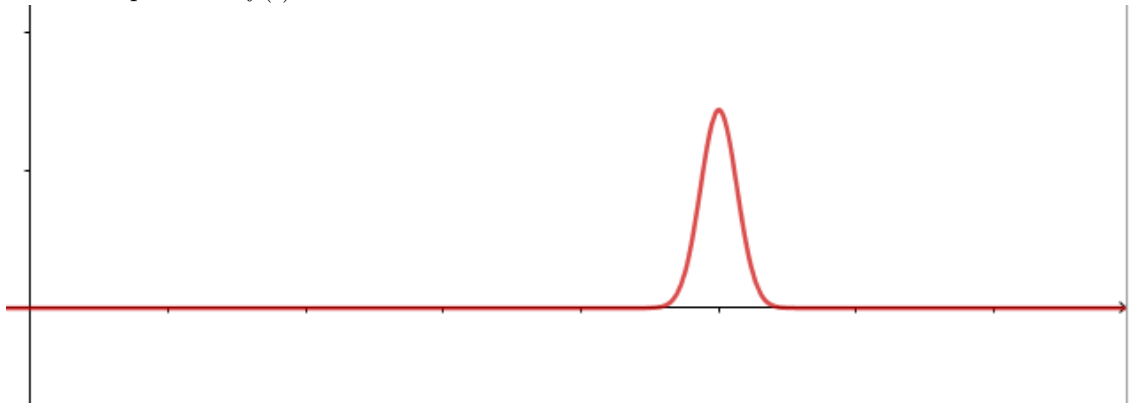
1) L'allure de  $f(t)$  est la suivante :



2) Pour  $\nu > 0$ ,

$$|\hat{f}(\nu)| \approx \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \tau_c \exp\left(-\pi^2 (\nu - \nu_0)^2 \tau_c^2\right) \right)^2$$

L'allure du spectre de  $f(t)$  est donc la suivante :



3)

Le maximum est en  $\nu_0$ , il vaut  $\frac{\pi \tau_c^2}{4}$ . Il faut donc trouver  $\Delta\nu$ , tel que

$$\exp\left(-2\pi^2 \left(\frac{\Delta\nu}{2}\right)^2 \tau_c^2\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -2\pi^2 \frac{\Delta\nu^2}{4} \tau_c^2 = -\ln 2 \Leftrightarrow \Delta\nu = \frac{\sqrt{2 \ln 2}}{\pi \tau_c}$$

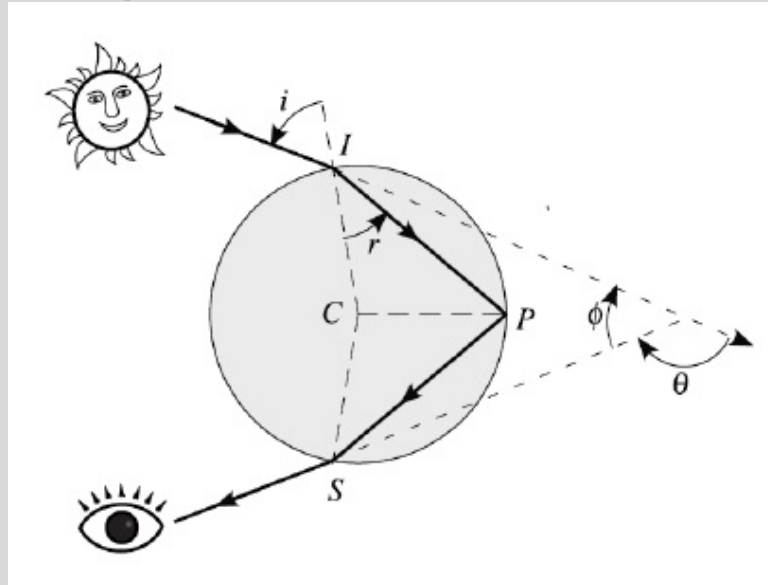
? \ exercice  
de colle

### Exercice 4.12 L'arc en ciel primaire



Un arc-en-ciel sur l'Adour à Bayonne, le 05 novembre 2018 (photo Sud-Ouest).

On s'intéresse à l'arc en ciel primaire, dû à une double réfraction et à une réflexion dans les gouttes d'eau :



L'indice de l'eau est noté  $n$ , l'indice de l'air vaut 1.

- 1) Quelle est la relation entre  $i$  et  $r$  ?
- 2) Montrer que  $\theta = \pi + 2i - 4r$ .
- 3) Montrer qu'il existe un angle de déviation extrême, noté  $\theta_1^c$  et nommé angle critique, donné par :

$$\theta_1^c = \pi + 2 \arccos \left( \sqrt{\frac{1}{3}(n^2 - 1)} \right) - 4 \arccos \left( \frac{2}{n} \sqrt{\frac{(n^2 - 1)}{3}} \right).$$

Justifier qualitativement qu'il y a accumulation de lumière pour cet angle.

- 4) Calculer l'angle  $\phi_1^c = \pi - \theta_1^c$  pour  $n = 1,331$  correspondant à  $\lambda = 700$  nm.
- 5) Pour le spectre visible allant du rouge au bleu, l'indice varie de façon monotone entre les valeurs 1,331 et 1,346 ; calculer la largeur angulaire de l'arc-en-ciel. Cette variation d'indice explique-t-elle que le bleu est à l'intérieur et le rouge à l'extérieur de l'arc ? Faire un schéma explicatif du phénomène observé.

**exercice de colle**

**Exercice 4.13**  
**Les arcs en ciel primaire et secondaire**

L'arc-en-ciel est constitué d'une série d'arcs lumineux, dont le centre est situé sur le prolongement de la ligne qui va du Soleil à l'œil de l'observateur, l'un et l'autre étant donc considérés ici comme ponctuels. Ce phénomène est principalement dû à la réfraction de la lumière solaire dans les gouttes d'eau.

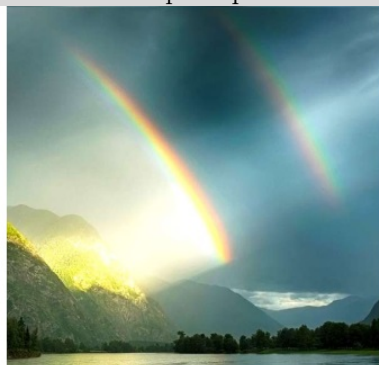


Figure 1

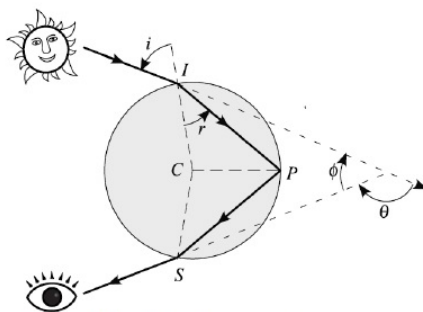


Figure 2 - Géométrie et notations pour l'arc-en-ciel primaire.

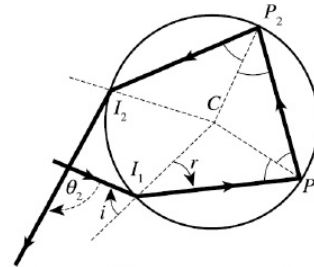


Figure 3 - Rayon subissant deux réflexions internes.

L'indice de l'eau est noté  $n$ , l'indice de l'air vaut 1.

**1) Arc primaire**

Pour l'arc primaire, on admet qu'il existe un angle de déviation extrême, noté  $\theta_1^c$  et nommé angle critique, donné par :

$$\theta_1^c = \pi + 2 \arccos \left( \sqrt{\frac{1}{3}(n^2 - 1)} \right) - 4 \arccos \left( \frac{2}{n} \sqrt{\frac{(n^2 - 1)}{3}} \right).$$

**1.a)** Justifier qualitativement qu'il y a accumulation de lumière pour cet angle.

**1.b)** Calculer l'angle  $\phi_1^c = \pi - \theta_1^c$  pour  $n = 1,331$  correspondant à  $\lambda = 700$  nm.

**1.c)** Pour le spectre visible allant du rouge au bleu, l'indice varie de façon monotone entre les valeurs 1,331 et 1,346 ; calculer la largeur angulaire de l'arc-en-ciel. Cette variation d'indice explique-t-elle que le bleu est à l'intérieur et le rouge à l'extérieur de l'arc ? Faire un schéma explicatif du phénomène observé.

**2) Arc secondaire**

En réalité, un rayon incident subit plusieurs réflexions internes ; la figure 3 illustre le cas de deux réflexions. On admettra les deux résultats suivants :

(1). l'angle d'émergence de l' arc d'ordre  $k$ , correspondant à  $k$  réflexions internes, est :

$$\theta_k = k\pi + 2i - 2(k + 1)r,$$

(2). l'angle de déviation critique (déviation stationnaire)  $\theta_k^c$  correspondant au rayon critique d'ordre  $k$  est donné par :

$$\theta_k^c = k\pi + 2 \arccos \sqrt{\frac{n^2 - 1}{k(k + 2)}} - 2(k + 1) \arccos \left( \frac{k + 1}{n} \sqrt{\frac{n^2 - 1}{k(k + 2)}} \right).$$

**2.a)** Justifier que l'arc primaire ( $k = 1$ ) et l'arc secondaire ( $k = 2$ ) ne se recouvrent pas (la région entre les deux arcs s'appelle la bande sombre d'Alexandre).

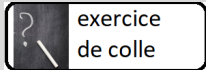
**2.b)** Quel est l'ordre des couleurs dans l'arc secondaire ?

**2.c)** L'arc secondaire est-il situé à l'intérieur ou à l'extérieur de l'arc primaire ?

**3) Questions subsidiaires**

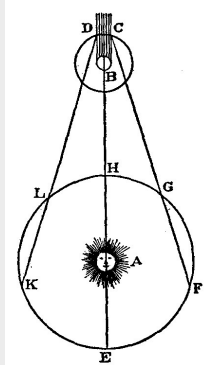
**3.a)** Pourquoi n'observe-t-on jamais l'arc-en-ciel tertiaire ?

**3.b)** En quoi les dispersions spatiales des longueurs d'onde par un prisme et par une goutte sont-elles différentes ?



**Exercice 4.14**  
**Des mesures historiques de la vitesse de la lumière**

1) Expérience de Römer



D'après l'article de Roemer du 7 décembre 1676 dans le "Journal des Sçavans" disponible à l'adresse <https://archive.org/details/47Roemer>.

Soit A le Soleil, B Jupiter, C le satellite (Io) qui entre dans l'ombre de Jupiter pour en sortir en D, et soient EFGHKL la Terre placée à diverses distances de Jupiter.

La Terre était en L lors de la sortie de l'ombre de Io en D, et 42 heures et demi après, la Terre se trouve en K quand le satellite est à nouveau en D après sa révolution.

Il est manifeste que la lumière demande du temps pour traverser l'intervalle LK, de sorte que la sortie du satellite Io sera retardée. Ce sera le contraire, dans le cas FG, où la Terre s'approchant va au devant de la lumière : les révolutions paraîtront raccourcies.

NB : dans le cas où observateur terrestre mesure 100 révolutions, qui durent 176,9 jours, un décalage de 16 minutes apparaît.

On note  $v$  la vitesse de la Terre sur son orbite,  $c$  la célérité de la lumière,  $T$  la période de révolution de Io,  $T'$  (respectivement  $T''$ ) la durée qui sépare deux mesures sur Terre de cette révolution en L et K (respectivement en F et G).

1.a) Exprimer  $T'$  et  $T''$  en fonction de  $T$ ,  $c$  et des distances  $KL$  et  $FG$ . A quoi ces formules peuvent-elles faire penser ?

1.b) En déduire que  $\frac{v}{c} \approx \frac{T' - T''}{2T}$ . Déterminer  $c$ .

2) Expérience de Fizeau

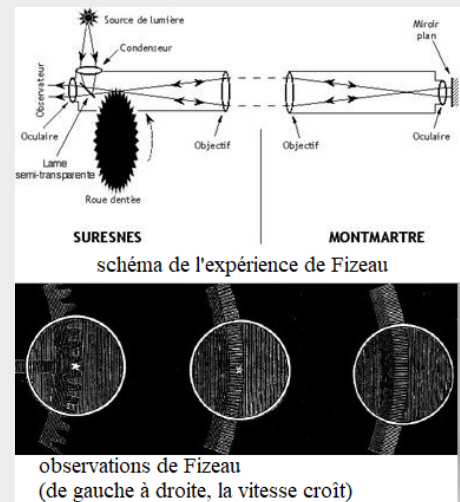
A Suresnes, un faisceau de lumière pénétrait latéralement dans le tube d'une lunette et y était réfléchi vers Montmartre par une lame de verre semi-réfléchissante inclinée à 45 degrés. La lumière était focalisée sur la couronne d'une roue portant 720 dents au moyen d'une lentille puis reprise par une lunette collimatrice.

A Montmartre, une autre lunette munie d'un miroir renvoyait la lumière vers Suresnes. La distance entre les deux lieux, mesurée par triangulation, était de 8633 mètres.

La roue dentée tournant à vitesse variable, le faisceau était « haché » en impulsions périodiques. Pendant le trajet aller-retour de la lumière entre les deux stations, la roue avait tourné. Si sa vitesse était faible, le faisceau, qui à l'aller passait entre deux dents, y passait encore au retour, et Fizeau voyait de la lumière dans l'oculaire (à gauche sur la figure du bas).

En augmentant la vitesse progressivement, le bord d'une dent commençait à s'interposer sur le trajet retour du faisceau et la lumière s'affaiblissait (au milieu sur la figure du bas), puis s'éteignait lorsque la dent interceptait totalement le faisceau (à droite sur la figure du bas). En augmentant encore la vitesse, la lumière passait à nouveau entre les deux dents.

D'après le texte disponible sur le site de l'Observatoire de Paris à l'adresse <http://expositions.obspm.fr/lumiere2005/experiencefizeau.html>.

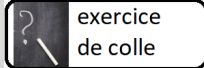


A 12,6 tours par seconde exactement, la lumière qui traverse la roue à l'aller par une échancrure, est bloquée à son retour par la dent suivante. Le faisceau est donc occulté et ne parvient plus à l'observateur.

2.a) Déterminer la valeur de la durée entre le passage d'une échancrure à la dent suivante dans ces conditions.

2.b) Déterminer l'expression de cette même durée en s'intéressant à la lumière.

2.c) En déduire la valeur de la célérité  $c$  de la lumière.

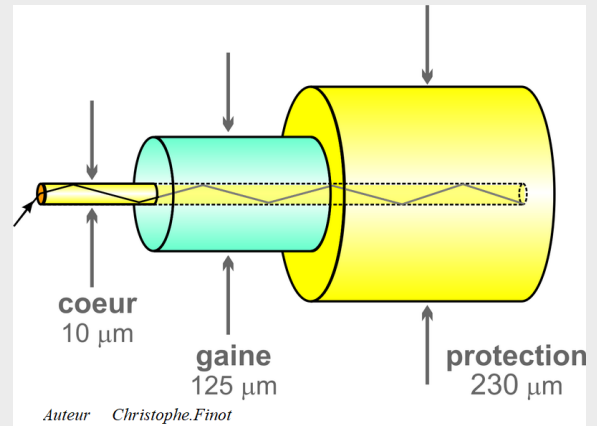


exercice  
de colle

### Exercice 4.15 Etude d'une fibre optique

Une fibre optique est un fil dont l'âme, très fine, en verre ou en plastique, a la propriété de conduire la lumière et sert pour la fibroscopie, l'éclairage ou la transmission de données numériques. Elle offre un débit d'information nettement supérieur à celui des câbles coaxiaux et peut servir de support à un réseau « large bande » par lequel transitent aussi bien la télévision, le téléphone, la visioconférence ou les données informatiques. Le principe de la fibre optique date du début du XXe siècle mais ce n'est qu'en 1970 qu'est développée une fibre utilisable pour les télécommunications. Entourée d'une gaine protectrice, la fibre optique peut être utilisée pour conduire de la lumière entre deux lieux distants de plusieurs centaines, voire milliers, de kilomètres. Le signal lumineux codé par une variation d'intensité est capable de transmettre une grande quantité d'information.

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Fibre\\_optique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Fibre_optique)



#### 1) Etude dans le cadre de l'optique géométrique

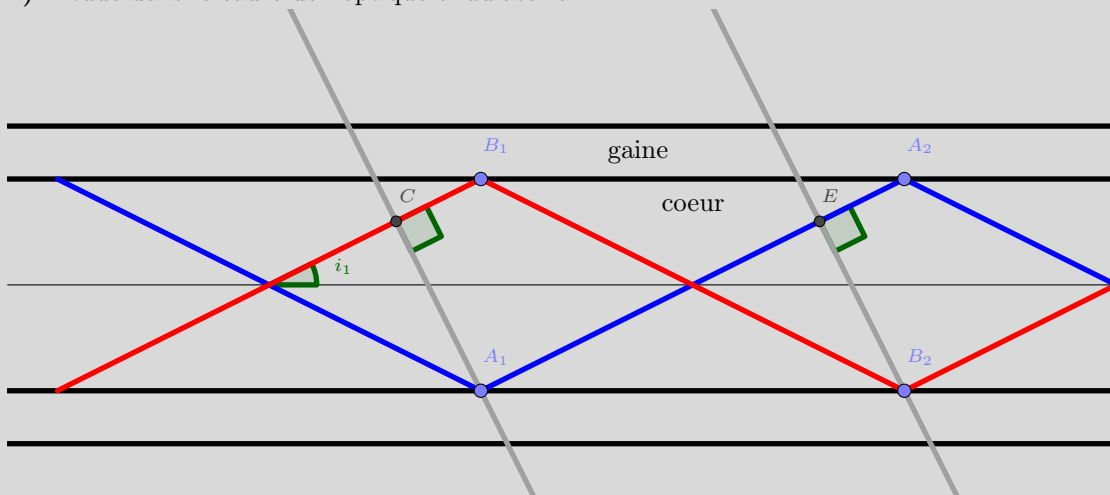
Un rayon lumineux fait un angle avec l'axe optique  $\theta_0$  à l'extérieur de la fibre et  $i_1$  à l'intérieur.

**1.a)** Etablir une relation entre les angles  $i_1$ ,  $\theta_0$  et les indices des milieux.

**1.b)** Quelle est la condition portant sur  $\sin i_1$  et les indices des milieux ( $n_1$  pour le cœur et  $n_2$  pour la gaine) pour qu'il y ait réflexion totale à l'interface cœur-gaine ?

**1.c)** Quelle est l'expression de l'ouverture numérique  $ON = \sin \theta_{0,max}$ , où  $\theta_{0,max}$  est la valeur maximale de l'angle  $\theta_0$  au delà de laquelle il n'y a plus réflexion totale à l'interface cœur-gaine ?

#### 2) Etude dans le cadre de l'optique ondulatoire



On note  $\delta$ , la différence de marche entre deux plans d'onde sur les rayons lumineux tracés en rouge et bleu parcourus par une onde de longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide :

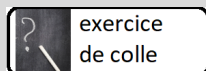
$$\delta = (CB_1B_2) - (A_1E)$$

**2.a)** Que doit vérifier  $\delta$  pour qu'il y ait interférence constructive ? On parle alors de "mode".

**2.b)** Montrer que  $\delta = 4 R_1 \sin \theta_0$ .

**2.c)** Déterminer le nombre de modes possible en fonction de  $R_1$ ,  $ON$  et  $\lambda_0$ .

**2.d)** Montrer que certaines fibres suffisamment fines sont "monomodes". Comment se fait alors la propagation ?



exercice  
de colle

### Exercice 4.16 Microscope optique

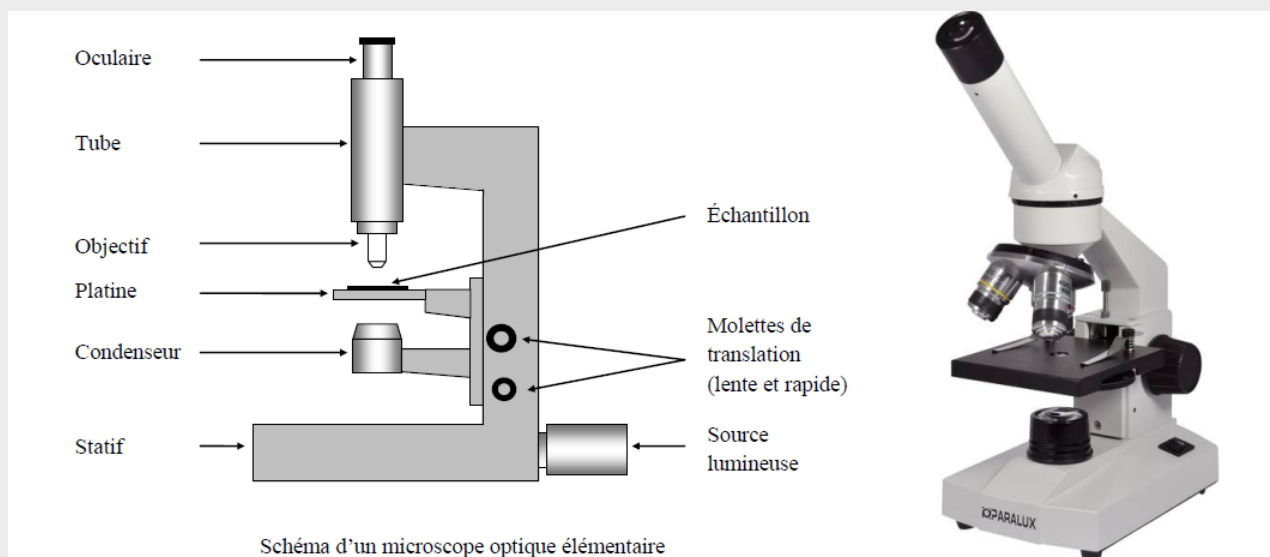


Schéma d'un microscope optique élémentaire

On assimile l'objectif et l'oculaire du microscope à deux lentilles minces convergentes notées respectivement  $L_1$  et  $L_2$ , de même axe optique et de centres optiques respectifs  $O_1$  et  $O_2$ . L'objectif, placé proche d'un objet ( $AB$ ), positionné perpendiculairement à l'axe optique et tel que le point  $A$  soit situé sur cet axe, en donne une image réelle intermédiaire ( $A_1B_1$ ) très agrandie. L'oculaire joue le rôle de loupe et donne de ( $A_1B_1$ ) une image finale virtuelle ( $A'B'$ ) agrandie.

Les objectifs usuels ont des distances focales  $f'_1$  très petites, de l'ordre de quelques millimètres, et les oculaires des distances focales  $f'_2$  de l'ordre de quelques centimètres.

Le microscope est réglé pour donner une image ( $A'B'$ ) à l'infini d'un objet ( $AB$ ) perpendiculaire à l'axe optique.

Définitions :

- On appelle longueur optique du microscope la distance  $\Delta = \overline{F'_1 F_2} = +160$  mm entre le foyer image de  $L_1$  et le foyer objet de  $L_2$ .
- L'indication  $\times 10$  de l'oculaire est son grossissement commercial  $G_{c,oc}$  défini par le rapport de l'angle sous lequel on voit un objet à l'infini à travers l'oculaire et celui sous lequel on voit ce même objet à l'œil nu à la distance minimale de vision distincte  $d_m = 25$  cm.
- L'indication  $\times 20$  de l'objectif est la valeur absolue de son grandissement transverse  $\gamma_{ob}$  pour une image ( $A_1B_1$ ) formée à la distance  $\Delta$  de  $F'_1$ .
- Le grossissement commercial  $G_c$  du microscope est la valeur absolue du rapport de l'angle sous lequel on voit l'objet à travers le microscope et celui sous lequel on le voit à l'œil nu à la distance minimale de vision distincte  $d_m$ .
- La puissance intrinsèque d'un microscope  $P_m$  est la valeur absolue du rapport entre l'angle sous lequel on voit l'objet à travers le microscope et la taille de l'objet ; la puissance  $P_m$  s'exprime en dioptries.

1) Tracer la marche de deux rayons issus de  $B$ . Faire apparaître l'angle  $\alpha'$  sous lequel on voit l'objet à travers le microscope ( $\alpha'$  est le diamètre apparent de l'objet à travers le microscope). Compléter la construction en traçant les rayons issus de  $A$  passant par les bords de l'objectif (rayons marginaux).

2) Déterminer la distance focale image  $f'_2$  de l'oculaire et donner sa valeur numérique.

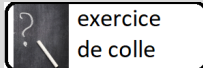
3) Déterminer la distance focale image  $f'_1$  de l'objectif et donner sa valeur numérique.

4) Exprimer  $G_c$  en fonction de  $G_{c,oc}$  et de  $\gamma_{ob}$  puis déterminer numériquement  $G_c$ .

5) Justifier l'affirmation selon laquelle le grossissement du microscope mesure le rapport entre la dimension de l'image rétinienne obtenue par observation de l'objet à travers le microscope et celle obtenue à l'œil nu.

6) Donner la relation entre la puissance  $P_m$  du microscope, le grandissement  $\gamma_{ob}$  de l'objectif et la distance focale de l'oculaire  $f'_2$ . Evaluer numériquement la puissance  $P_m$ .





exercice  
de colle

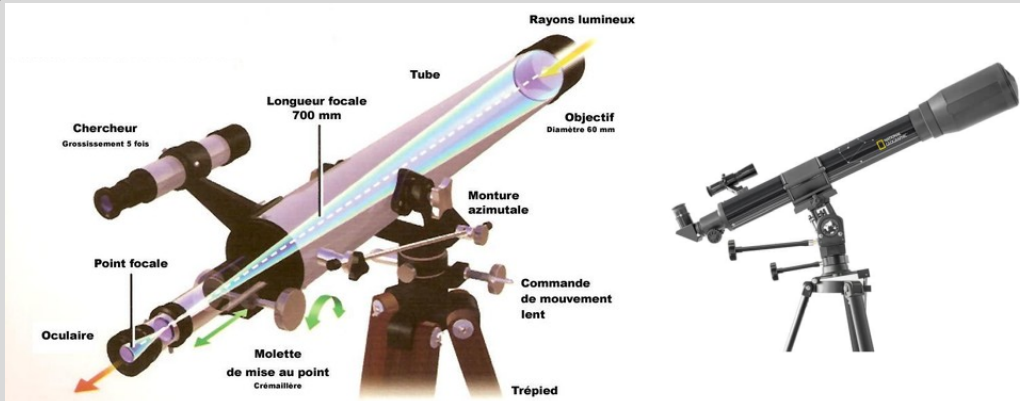
### Exercice 4.17 Télescopes objectifs

- 1) Observation à l'oeil nu
  - 1.a) Faire un schéma optique de l'oeil.
  - 1.b) Que doit vérifier cet oeil équivalent lorsqu'il observe une étoile ?
  - 1.c) Rappeler l'angle minimal que peut discerner l'oeil. A quoi cela peut-il être dû ?

- 2) Caractéristiques des télescopes objectifs :

Les télescopes objectifs sont utilisés avec l'oeil : ils forment l'image de l'étoile à l'infini, de sorte que l'oeil n'a pas à accommoder.

- 2.a) De tels systèmes sont "afocaux". Pourquoi ?
- 2.b) Quel est l'intérêt de tels systèmes ? Quelle est leur caractéristique principale, le grossissement,  $G$  ?



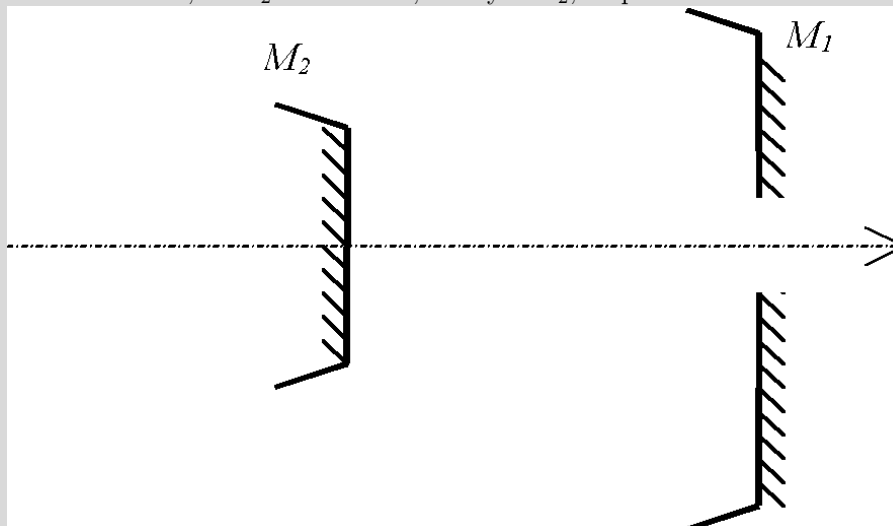
- 3) Lunette astronomique :

On dispose de deux lentilles convergentes de focales  $f'_1 = 10\text{cm}$  et  $f'_2 = 100\text{cm}$ .

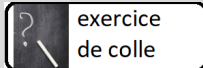
- 3.a) Comment disposer ces deux lentilles pour réaliser une lunette ?
- 3.b) Quel est son grossissement ?
- 3.c) Déterminer l'angle minimal que l'on peut discerner avec une telle lunette.

- 4) Télescope de Cassegrain.

Il est composé de deux miroirs sphériques (cf. figure suivante) :  $M_1$  est concave, de rayon  $R_1$ , de grande ouverture et troué en son centre, et  $M_2$  est convexe, de rayon  $R_2$ , de petite ouverture.



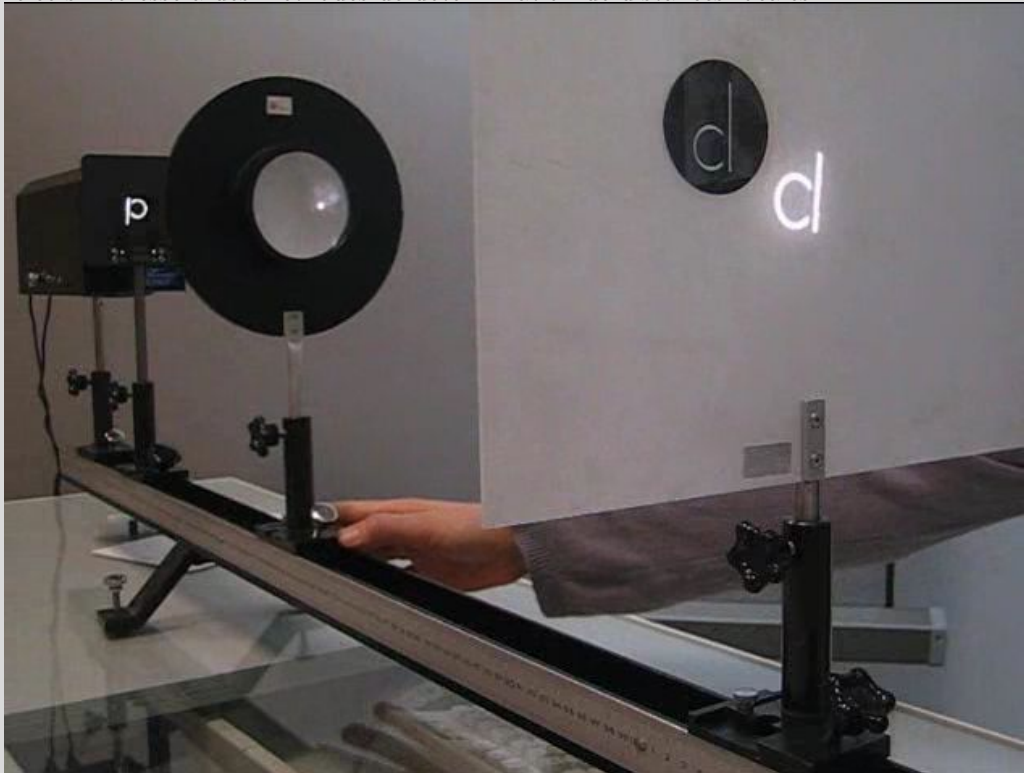
- 4.a) A quelle distance  $d$  doivent être placés  $M_1$  et  $M_2$  l'un de l'autre ?
- 4.b) Calculer le grossissement.
- 4.c) Quels sont les avantages du télescope de Cassegrain devant la lunette astronomique ?



exercice  
de colle

### Exercice 4.18 Focométrie

Cet exercice s'intéresse à des méthodes de détermination de distances focales.



#### 1) Questions préliminaires :

Toutes les lentilles seront considérées minces, et utilisées dans les conditions de Gauss.

**1.a)** Expliciter ces hypothèses.

On considère une lentille mince convergente de focale  $f'$ , de centre  $O$ , de foyers image  $F'$  et objet  $F$ .

**1.b)** Sur un schéma, déterminer géométriquement l'image  $A'$  d'un objet  $A$  placé sur l'axe optique à une distance  $\overline{OA} < -f'$ .

**1.c)** En se servant de ce schéma, démontrer les lois de conjugaison avec origine au centre  $O$ .

**1.d)** Faire de même pour démontrer les lois de conjugaison avec origine aux foyers.

#### 2) Méthode de Bessel pour déterminer la focale d'une lentille convergente :

On fixe  $D = \overline{AA'}$ , la distance entre un objet  $A$  sur l'axe et son image  $A'$  sur un écran par la lentille convergente dont on cherche à déterminer la focale  $f'$ . On pose  $x = \overline{OA}$  et  $y = \overline{OA'}$ .

**2.a)** Montrer que  $x$  vérifie une équation du second ordre dont on donnera les coefficients en fonction de  $f'$  et  $D$ .

**2.b)** En déduire que pour que la lentille conjugue l'objet et son image, il est nécessaire que  $D \geq D_{min}$ , qu'on exprimera.

Dans la suite, on suppose que  $D > D_{min}$ .

**2.c)** Montrer qu'il existe alors deux positions de la lentille qui permettent de conjuguer  $A$  et  $A'$ .

On pose  $d$  la distance sur l'axe entre les deux positions de la lentille qui permettent de conjuguer  $A$  et  $A'$ .

**2.d)** Exprimer alors  $f'$  en fonction de  $D$  et  $d$ .

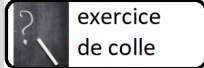
#### 3) Méthode de Badal pour déterminer la focale d'une lentille divergente :

On place un objet  $AB$  ( $A$  est sur l'axe optique) dans le plan focal objet d'une première lentille convergente  $L_1$  (de focale  $f'_1$  connue, de centre  $O_1$ ).  $L_1$  est suivie par une seconde lentille convergente  $L_2$  (de focale  $f'_2$  connue, de centre  $O_2$ ).

**3.a)** A quelle distance  $x_1 = \overline{O_2A'_1}$  se trouve l'image  $A'_1$  de  $A$  par rapport à la lentille  $L_2$  ?

On intercale une lentille  $L$  divergente, de centre  $O$ , et de focale  $f'$  inconnue entre  $L_1$  et  $L_2$ , au foyer objet de  $L_2$ .  $x_2 = \overline{O_2A'_2}$  est la distance de la nouvelle image  $A'_2$  de  $A$  à la lentille  $L_2$ .

**3.b)** Exprimer  $f'$  en fonction de  $f'_2$ ,  $x_1$  et  $x_2$ .

**Exercice 4.19**  
**Réseau de lentilles**

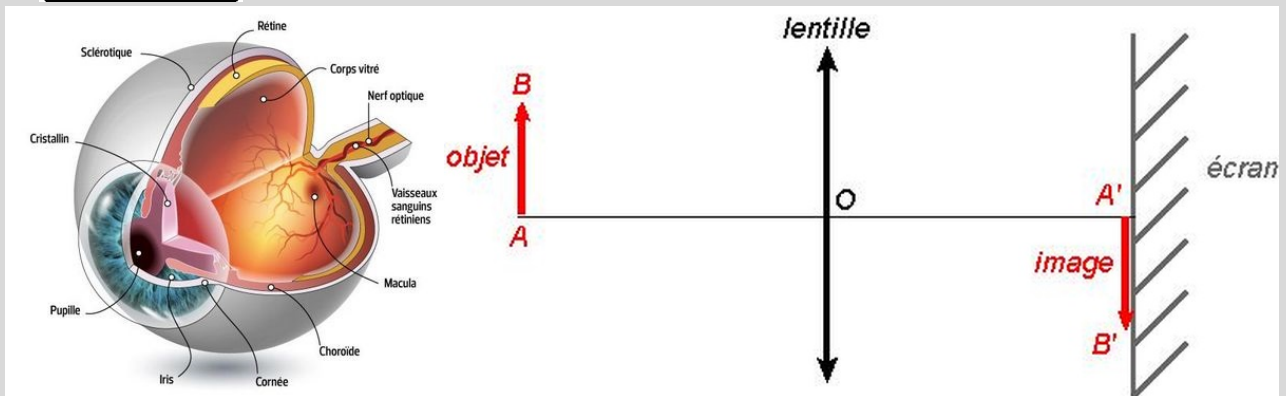
(un exercice posé récemment à l'oral X-ESPCI)

On place  $N$  lentilles convergentes identiques régulièrement réparties sur un axe optique ( $N \gg 1$ ), l'espace-ment entre les lentilles étant constant  $a \ll f'$ .

- 1) Quelle est la trajectoire d'un rayon lumineux, faisant un angle initial  $\alpha_0$  avec l'axe optique ?
- 2) Est-il possible d'avoir la même trajectoire avec une fibre optique ?

?  
exercice  
de colle

### Exercice 4.20 L'œil



Un œil est équivalent à une lentille convergente (le cristallin), diaphragmée (par la pupille) qui projette ses images sur un plan (la rétine, placée à 25 mm du cristallin).

#### 1) Fonctionnement de l'œil

Un muscle peut, s'il se tend, étirer le cristallin (on parle d'accommodation).

- 1.a) Expliquer optiquement ce qui se passe.
- 1.b) Est-ce habituel en optique ?

#### 2) Les défauts de l'œil

L'œil met au point entre le *punctum remotum* ( $PR$ ) et le *punctum proximum* ( $PP$ ). Si l'œil est "normal",  $PR$  est à l'infini et  $PP$  à 25 cm environ. Quels types de lentilles faut-il mettre (lentilles ou lunettes) pour corriger :

- 2.a) la myopie ( $PR < \infty$ );
- 2.b) l'hypermétropie ( $PP > 35$  cm).
- 2.c) Pourquoi l'hypermétropie est-elle fatigante ?

#### 3) Eclairage

Grâce à l'iris, le diamètre de la pupille peut varier entre 2 mm et 8 mm.

- 3.a) Dans quel rapport l'iris peut-il faire varier l'intensité lumineuse reçue par l'œil ?
- 3.b) En photographie, on gagne "un diaphragme" à chaque fois que l'intensité varie d'un facteur 2. Sur "combien de diaphragmes" l'œil peut-il varier ?

#### 4) Détection

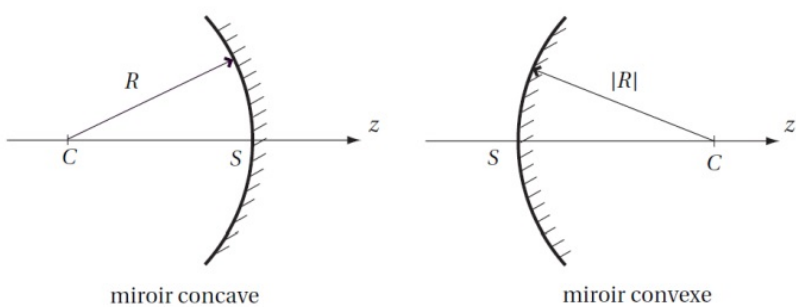
La rétine est composée de détecteurs de diamètre  $d = 4 \mu\text{m}$ .

- 4.a) Quelle est la résolution angulaire  $\alpha_{min}$  d'un œil qui regarde les étoiles ?
- 4.b) En déduire la distance  $l_{min}$  en dessous de laquelle deux points objets seront nécessairement confondus par l'œil nu (limite de résolution).

exercice de colle

**Exercice 4.21**  
**Miroirs sphériques et télescope de Cassegrain**

1) Miroirs sphériques



Un miroir sphérique est une portion de sphère réfléchissante (cf. figure ci-dessus). Les miroirs et lentilles considérés dans la suite seront utilisés dans les conditions de Gauss. L'axe optique est l'axe  $z'z$ .

On définit :

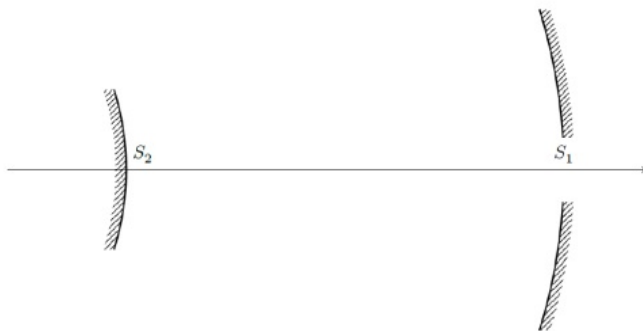
- le centre du miroir  $C$  qui est le centre de la sphère ;
- le sommet du miroir  $S$  qui est l'intersection du miroir avec l'axe optique ;
- le rayon algébrique du miroir  $R = \overline{CS}$ . Il est positif pour un miroir concave et négatif pour un miroir convexe.

Pour déterminer la position des foyers d'un miroir sphérique, on étudie dans un premier temps le système constitué d'une lentille mince d'axe  $z'z$ , de centre  $O$ , de foyer objet  $F_\ell$  et de foyer image  $F'_\ell$ , de distance focale  $f'_\ell$ , accolée à un miroir plan, perpendiculaire à l'axe.

- 1.a) En expliquant soigneusement votre démarche, déterminer la position du foyer image  $F'$  du système.
- 1.b) Justifier sans calcul que  $F'$  est aussi le foyer objet  $F$  du système.
- 1.c) Que devient un rayon incident passant par  $F_\ell$  ?

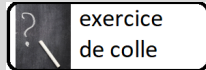
2) Télescope de Cassegrain

Les télescopes unitaires du VLT peuvent être utilisés en configuration dite « Cassegrain » (cf. figure ci-dessus). Le télescope est afocal, c'est-à-dire que l'image d'un objet situé à l'infini est à l'infini. Le miroir primaire est un miroir sphérique concave de sommet  $S_1$ , de diamètre  $D = 8,20$  m, de rayon de courbure  $R_1 = 28,8$  m et le miroir secondaire est un miroir sphérique convexe de sommet  $S_2$ , de rayon de courbure  $R_2 = 4,52$  m.



Un télescope unitaire du VLT en montage de type Cassegrain

- 2.a) Compléter la figure précédente en représentant le foyer  $F$  (image et objet) du miroir convexe et du miroir concave. Tracer la marche d'un rayon incident parallèle à l'axe, d'un rayon incident passant par  $F$  et enfin d'un rayon incident passant par  $C$ , pour les deux types de miroir.
- 2.b) À quelle distance  $S_2S_1$  doivent être positionnés ces deux miroirs ? Expliquer soigneusement votre démarche.
- 2.c) En s'appuyant sur une construction géométrique, déterminer la valeur numérique du grossissement  $G = \frac{i'_B}{i_B}$ .



exercice  
de colle

### Exercice 4.22 Le principe de Fermat et la propagation de la lumière

En 1657, Fermat propose que parmi tous les chemins possibles entre A et B, la lumière emprunte seulement le chemin le plus rapide :

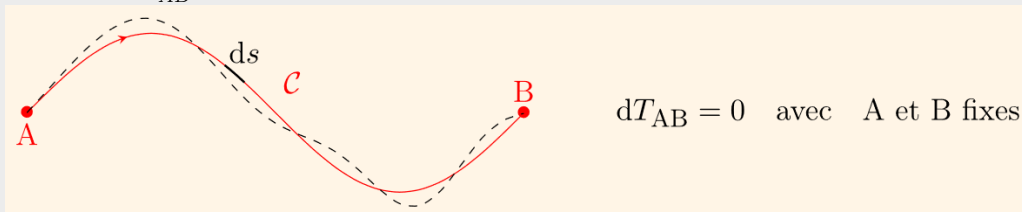
La lumière se propage d'un point à un autre de façon à minimiser son temps de trajet.

Il publiera ses résultats en 1662 dans *synthèses pour les réfractions*. Son principe est le premier principe variationnel de la physique ; il présente en outre l'intérêt d'être d'une très grande généralité.

Cependant, il existe des situations où la lumière emprunte des trajets qui présentent des durées localement constantes voire maximales, en contradiction avec l'énoncé historique de Fermat. Il faut changer la formulation initiale en remplaçant le terme "durée minimale" par "durée stationnaire" :

La lumière se propage d'un point à un autre de façon à rendre son temps de trajet par rapport à tout trajet infiniment voisin.

Précisons ce que le terme "stationnaire" signifie mathématiquement. Imaginons que C représente la courbe effectivement suivie par la lumière entre A et B. Lorsque l'on modifie de façon infinitésimale C, tout en fixant A et B, alors le temps de trajet  $T_{AB}$  varie également de façon infinitésimale. Mathématiquement, cela signifie que la différentielle de  $T_{AB}$  est nulle.



Nous allons voir que le principe de Fermat permet de démontrer les lois de l'optique géométrique, et qu'on peut le relier à l'optique ondulatoire.

- 1) Propagation dans un milieu homogène. Démontrer, grâce au principe de Fermat :
  - 1.a) la propagation rectiligne de la lumière
  - 1.b) la loi du retour inverse de la lumière.
- 2) Déduction des lois de Snell-Descartes. Démontrer, toujours grâce au principe de Fermat :
  - 2.a) les lois de la réflexion de Snell-Descartes sur un dioptre plan
  - 2.b) les lois de la réfraction de Snell-Descartes sur un dioptre plan.
- 3) Reformulation du principe de Fermat

Considérons une surface elliptique de révolution dont la face interne est rendue parfaitement réfléchissante. Raisonnons dans le plan contenant l'axe de révolution. Dans ce plan, le miroir est représenté par une ellipse. Par définition, pour tout point  $M$  situé sur l'ellipse, on a  $FM + F'M = Cte$  où  $F$  et  $F'$  sont deux points - que l'on appelle les foyers - placés sur l'axe de révolution.

Compte tenu des lois de la réflexion, tout rayon issu de  $F$  réfléchi en  $M$  se propage jusqu'à  $F'$ .

**3.a)** La durée de parcours de la lumière est-elle minimale pour ce rayon lumineux ? Est-ce cohérent avec la reformulation du principe de Fermat ?

On s'intéresse maintenant à un système optique (par exemple une lentille convergente) qui forme l'image de A en B.

**3.b)** Exprimer le temps de parcours de la lumière de A à B grâce au chemin optique de A à B. Relier le principe de Fermat au stigmatisme.



### Exercice 4.23 Etude du stigmatisme d'une lentille

## Stigmatisme

Lorsque, à travers un système optique, l'image de chaque point objet est un point, on dit que le système est rigoureusement stigmatique. On parle de stigmatisme approché si l'image d'un point est une petite tache. La notion de stigmatisme approché est assez subjective. Elle dépend également du récepteur utilisé pour voir l'image. On tolérera plus facilement un système avec un stigmatisme approché si le récepteur possède de gros pixels (surtout s'ils sont plus gros que la tache image) que s'il possède de petits pixels.

## Conditions de Gauss

Soit un faisceau de lumière constitué de plusieurs rayons lumineux. Si on les fait traverser une lentille, on constate qu'ils convergent. Ils convergent, certes, mais pas tous au même point. Nous ne sommes pas en condition de stigmatisme rigoureux.

Si on diaphragme le faisceau lumineux, c'est-à-dire si on l'ampute de ses rayons extérieurs, on constate que la condition de stigmatisme est beaucoup mieux respectée. Nous venons de mettre en évidence les conditions de Gauss.

Les conditions de Gauss, ou l'approximation de Gauss, sont obtenues lorsque les rayons lumineux possèdent un angle d'incidence très faible par rapport à l'axe optique, et en sont peu éloignés. Ils sont dits paraxiaux.

(issu de [https://media4.obspm.fr/public/ressources\\_lu/pages\\_objets-images/](https://media4.obspm.fr/public/ressources_lu/pages_objets-images/))

On s'intéresse à une lentille demi-boule, d'axe optique  $Ox$ , d'indice optique  $n = 1,5$ , de rayon  $R = 30$  cm. On se place dans le plan  $xOy$ . La lentille définit un premier dioptré air-verre à l'abscisse  $x = 0$  et un second dioptré verre-air circulaire.

On fournit le tracé de la lentille grâce à python :

```
▶ # Bibliothèques nécessaires
from scipy.optimize import bisect # bibliothèque pour la détermination d'une racine
import matplotlib.pyplot as plt  # bibliothèque pour les graphiques
import numpy as np               # bibliothèque pour les tableaux

# caractéristiques de la lentille
R=0.3 # rayon en mètres
n=1.5 # indice optique du verre de la lentille

# equation de la face circulaire de la lentille
def x_dioptre(y):
    return np.sqrt(R**2-y**2)

Y_dioptre = np.linspace(-R,R,100)
Y_lentille=np.append(Y_dioptre,[-R]) # dioptre plan: retour de l'autre côté
X_lentille = x_dioptre(Y_lentille)

plt.axis('equal')
plt.grid()
plt.plot(X_lentille, Y_lentille,color='blue')
plt.show()
```

- 1) Compléter ce code python de façon à :
  - 1.a) Définir un point objet réel et un premier rayon incident qui passe par ce dernier et un point du premier dioptré (plan).
  - 1.b) Calculer puis tracer la marche du rayon lumineux à travers la lentille puis émergent de la lentille.
- 2) Utiliser ce code python pour étudier l'influence de la distance des rayons incidents à l'axe optique.