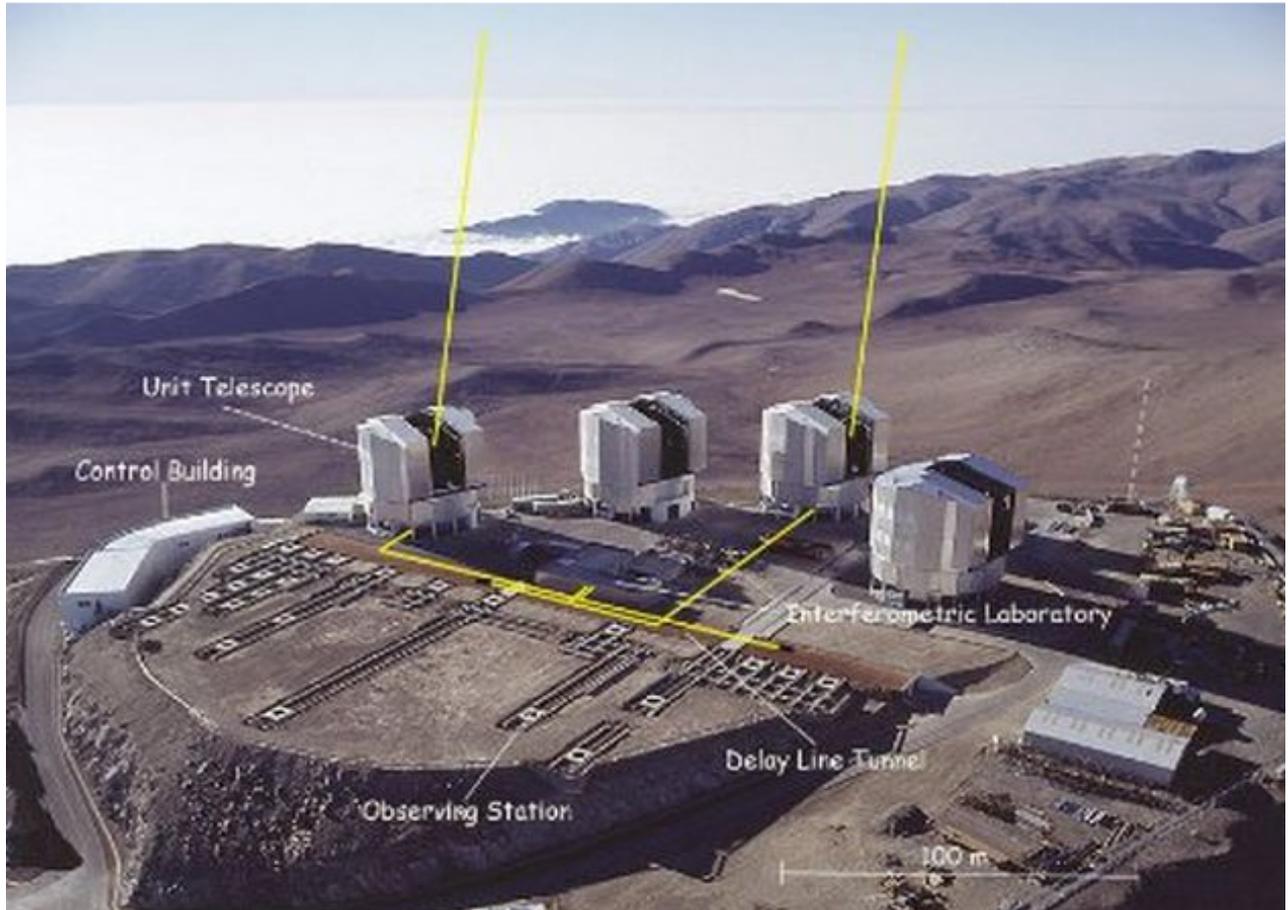
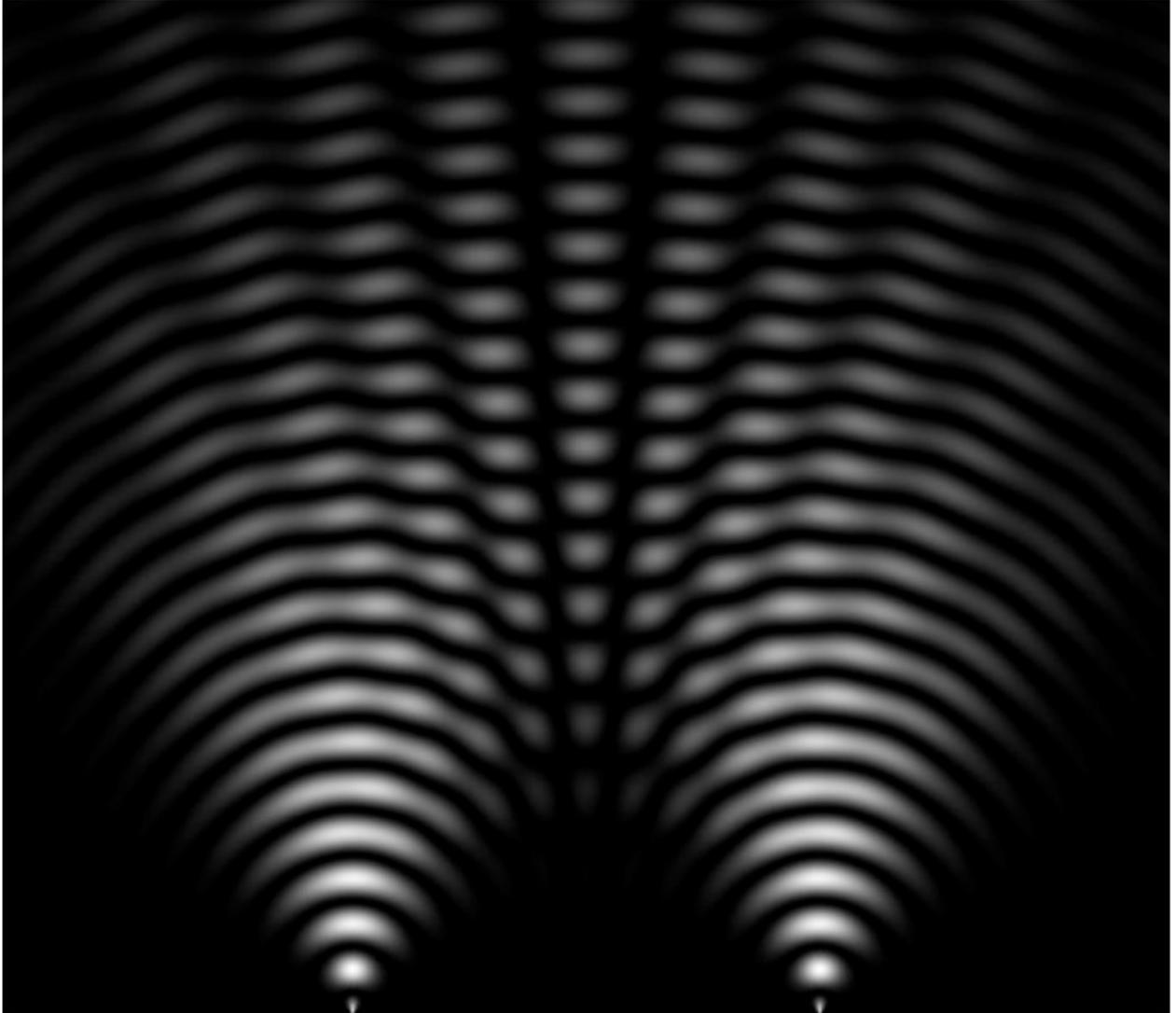


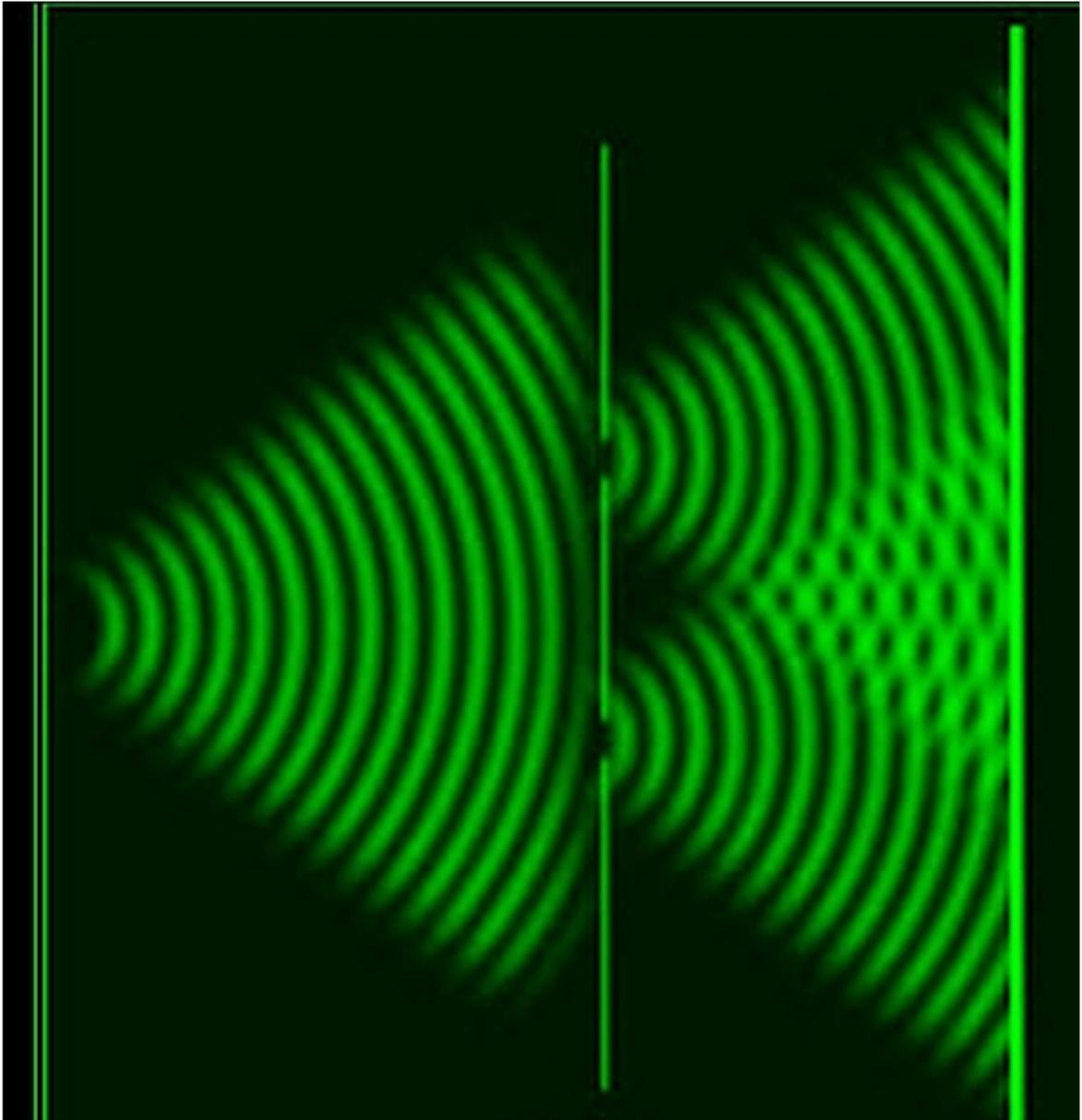
# Comment faire un super-télescope avec deux télescopes?



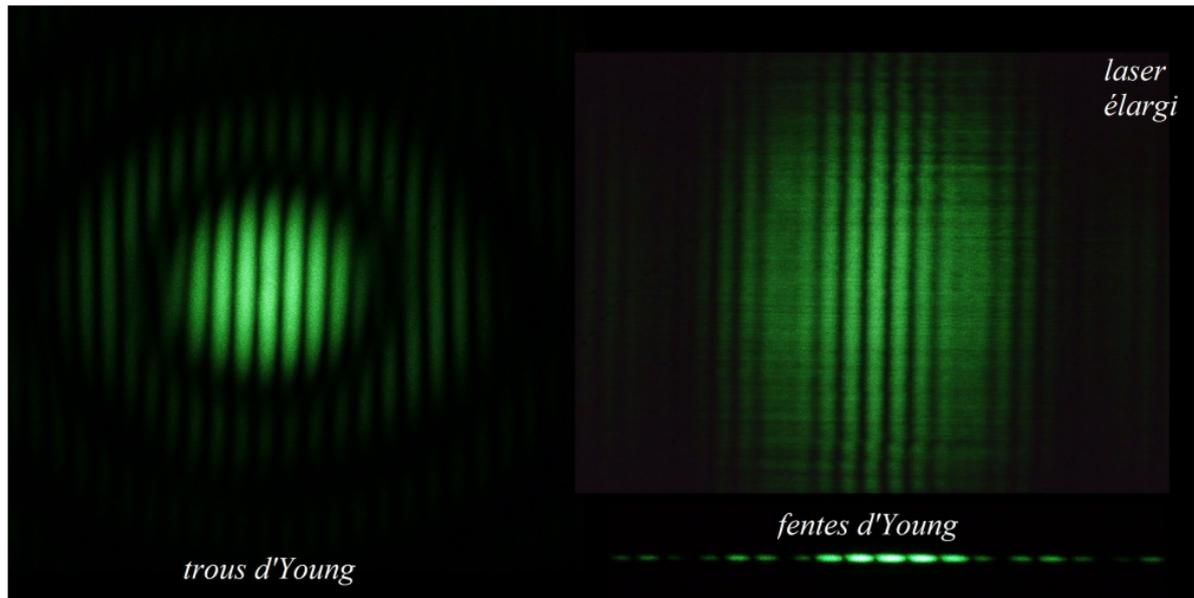
# 1) étudier les interférences de deux sources monochromatiques ponctuelles synchrones



## 2) forcer les interférences: générer la cohérence optique



### 3) Utiliser d'autres interféromètres à division du front d'onde



# Phénomène d'interférences

## Les points du cours à connaître

### I- Interférence de deux sources synchrones

#### 1. Phénomène d'interférence



#### Exemples de phénomènes d'interférences *vidéo*

Les interférences : l'intensité de la somme n'est pas la somme des intensités. Dans certains cas, de la lumière ajoutée à de la lumière donne de l'obscurité !

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).



#### 1 Formule de Fresnel *théorème*

Au point  $M$ , deux vibrations lumineuses synchrones

$$s_k(M, t) = a_{0k} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{(S_k M)}{c} \right) - \varphi_{supk} - \phi_0 \right]$$

s'ajoutent :

$$I(M) = \langle s_1(M, t)^2 \rangle + \langle s_2(M, t)^2 \rangle + 2 \langle s_1(M, t) s_2(M, t) \rangle$$

Une formule trigonométrique permet d'écrire

$$\begin{aligned} 2 \langle s_1(M, t) s_2(M, t) \rangle &= 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos [(\omega - \omega) t + \Delta\varphi] \rangle \\ &\quad + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos [(\omega + \omega) t + \Delta\varphi'] \rangle \\ &= 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos [\Delta\varphi] \rangle \end{aligned}$$

⇒

L'intensité  $I$  résultant de l'interférence de deux sources monochromatiques synchrones de longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide, respectivement d'intensité  $I_1$  et  $I_2$  (si elles étaient seules) est

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi)$$

où  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta + \varphi_{sup}$  avec  $\delta$ , la différence de marche en  $M$  et  $\varphi_{sup} = \pi$  dans le cas :

- d'une réflexion sur un miroir métallique
- d'une réflexion sur un dioptre d'indice supérieur
- du passage par un point de convergence



#### Interprétation de la formule de Fresnel *s'y retrouver*

$I_1$  est l'intensité reçue au point  $M$  avec la seule source  $S_1$ , et  $I_2$ , l'intensité reçue au point  $M$  avec la seule source  $S_2$ .

$$I \neq I_1 + I_2$$

à cause du terme d'interférence  $2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi)$

où  $\Delta\varphi(M)$  est le déphasage entre les deux vibrations lumineuses arrivant au point  $M$ .

**Ordre d'interférence** *définition*

L'ordre d'interférence est la grandeur  $p$  sans dimension telle que  $\Delta\varphi(M) = 2\pi p$ .

**Franges claires et sombres, interférences constructives et destructives** *définition*

Sur un écran, le lieu des points  $M$  contigus de même éclairement, donc de même phase, est appelé frange d'interférences.

**Nature des interférences et ordre d'interférence** *s'y retrouver*

On est en présence

- d'une interférence constructive (c'est à dire d'une frange brillante ou claire) si  $p$  est entier ;
- d'une interférence destructive (c'est à dire d'une frange sombre ou noire) si  $p$  est demi entier ( $p = \frac{1}{2} + n$  avec  $n \in \mathbb{Z}$ ).

**2. Contraste****Contraste ou visibilité des franges** *définition*

le contraste ou visibilité des franges est

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

**Interprétation de la visibilité des franges** *s'y retrouver*

Aussi,

- le contraste est nul si  $I_1 \gg I_2$  ou  $I_2 \gg I_1$ . Il est donc primordial d'avoir des intensités  $I_1$  et  $I_2$  proches pour conserver un bon contraste donc une bonne visibilité des franges.
- le contraste est maximal (c'est à dire  $C = 1$ ) si  $I_1 = I_2$  : c'est la meilleure visibilité des franges.

**Evolution de la visibilité des franges d'interférences avec le contraste** *animation*

La figure 1 représente l'évolution de la visibilité des franges d'interférences (le contraste diminuant de haut en bas)..

Vous pouvez retrouver le schéma animé sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

**3. Etude géométrique des interférences**

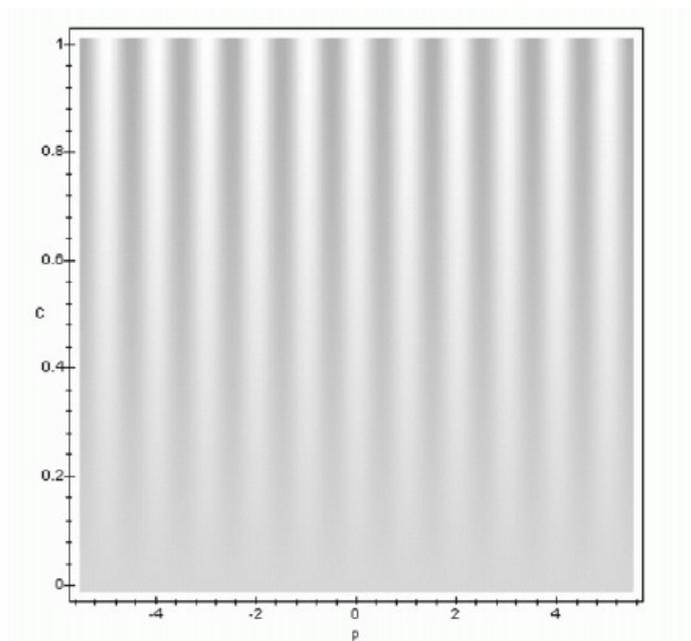


FIGURE 1 – Evolution de la visibilité des franges d’interférences avec le contraste

**Surfaces d’iso-éclairage** *s’y retrouver*

Une surface d’iso-éclairage (ou d’iso-intensité) est l’ensemble connexe des points  $M$  tels que  $I(M) = \text{constante}$ , d’où  $\delta(M) = \text{constante}$  donc  $(S_2M) - (S_1M) = \text{constante}$ .

**2 Forme des surfaces iso-éclairage** *théorème*

Le système de franges possède la symétrie de révolution par rapport à l’axe  $S_1S_2$ . Si le milieu est homogène d’indice  $n$  constant, cela correspond à  $S_2M - S_1M = \text{constante}$   
 $\Rightarrow$

Dans le cas d’interférences de deux ondes issues de deux ondes synchrones en  $S_1$  et  $S_2$ , les surfaces d’iso éclairage dans un milieu homogène sont des hyperboloïdes homofocales de foyers  $S_1$  et  $S_2$ .

**Quelques surfaces iso-éclairage** *schéma*

La figure 2 représente hyperboloïdes de foyers  $S_1$  et  $S_2$ .

**II- Réalisation : dispositif des trous de Young à distance finie**

**1. Dispositif des trous de Young**

**Interférence à partir d’une unique source primaire** *s’y retrouver*

si l’on veut réaliser des interférences, une solution consiste à créer deux sources à partir d’une unique source primaire. On parle alors de deux sources secondaires. C’est ce qui se passe en particulier dans le dispositif des trous de Young.

Il faut pour réaliser une source quasi ponctuelle :

- un laser (source ponctuelle à l’infini) ;

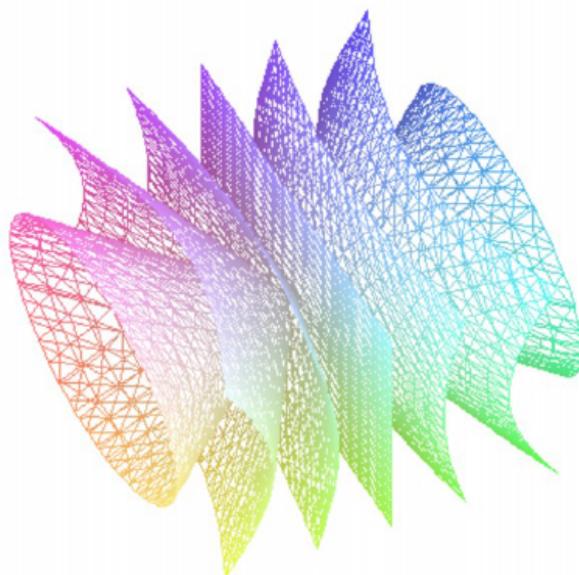


FIGURE 2 – Quelques surfaces iso-éclairage

- ou bien un laser à qui on adjoint un objectif de microscope (source ponctuelle à distance finie) ;
- soit encore une lampe qui éclaire (grâce à un condenseur) un diaphragme (qui est dans ce cas la source ponctuelle à  $S$  distance finie).



### Principe du dispositif des trous de Young *schéma*

La figure 3 représente deux rayons lumineux différents, issus du même point source primaire (qu'on notera  $S$ ) qui vont interférer en un point  $M$ . Depuis  $M$ , ces deux rayons lumineux semblent provenir (ou proviennent effectivement) de deux point sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ .

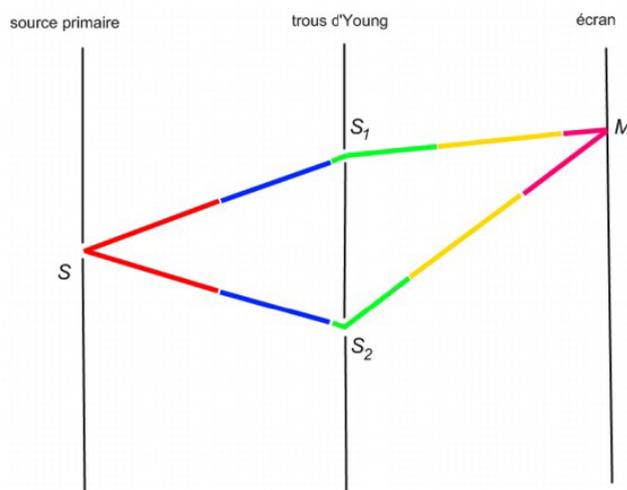


FIGURE 3 – Principe du dispositif des trous de Young

### ✪ Non localisation des interférences *s'y retrouver*

Dans le cas d'utilisation d'une source ponctuelle, les interférences ne sont pas localisées. C'est à dire qu'elles existent *a priori* dans toute la zone de recouvrement des faisceaux. Aussi, il n'est pas nécessaire *a priori* d'utiliser un dispositif de formation d'image (lentille) pour visualiser les interférences.

### ✪ Champ d'interférences *s'y retrouver*

le champ d'interférences est le lieu des points  $M$  pouvant être atteints par les deux signaux. On parle aussi de zone de recouvrement des faisceaux.

## 2. Franges d'interférences

### 👁 Trace de quelques surfaces iso-éclairement dans un plan contenant $S_1$ et $S_2$ *schéma*

La figure 4 représente la trace de surfaces iso-éclairement dans un plan contenant l'axe  $S_1S_2$  : hyperboles de foyers  $S_1$  et  $S_2$ .

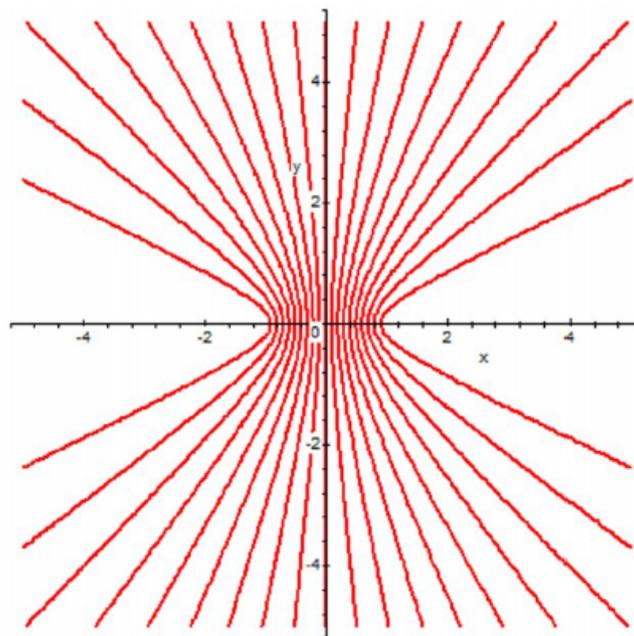


FIGURE 4 – Trace de quelques surfaces iso-éclairement dans un plan contenant  $S_1$  et  $S_2$

### 👁 Forme des franges *schéma*

La figure 5 représente la trace de surfaces iso-éclairement sur un écran dépend de la position de l'écran par rapport aux foyers  $S_1$  et  $S_2$ .

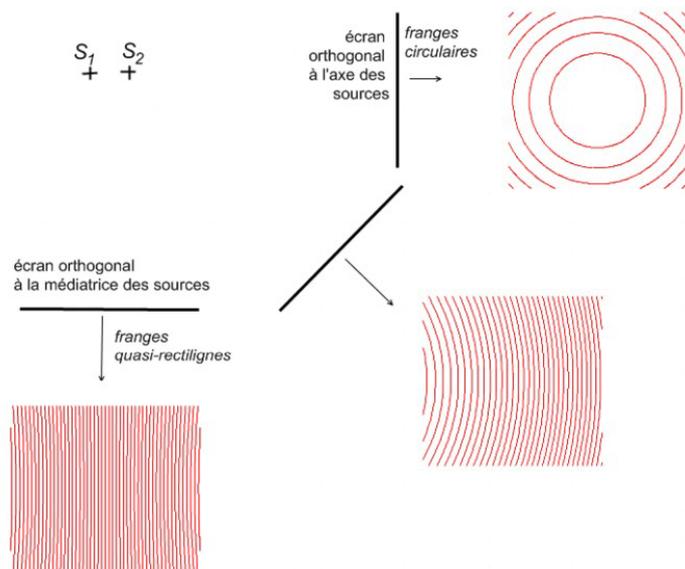


FIGURE 5 – Forme des franges

**Écran éclairé par un laser à travers des trous de Young** *schéma*

La figure 6 représente le plan d'observation derrière des trous de Young éclairés par un laser.

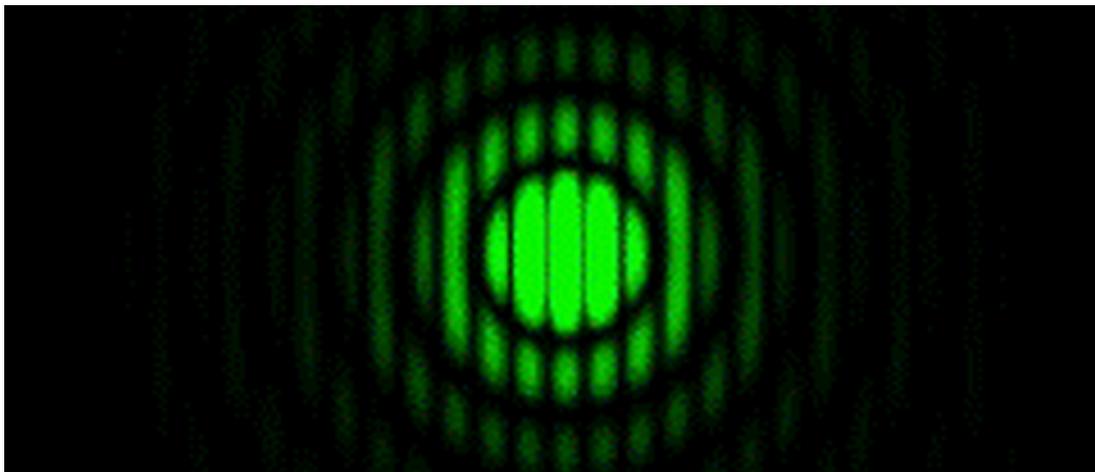


FIGURE 6 – Écran éclairé par un laser à travers des trous de Young

**Interfrange** *définition*  
 sur l'écran d'observation, la distance  $i$  entre deux franges consécutives de même nature est appelée interfrange. C'est par exemple l'espace entre deux franges sombres consécutives.

*remarque*  
 Cette définition n'a véritablement d'intérêt que si  $i$  est constant, c'est à dire si l'éclairement est une fonction périodique d'une direction (par exemple  $x$ ) du plan d'observation.

### III- Conditions d'interférences

#### 1. Conditions d'interférence

##### 3 Condition d'interférence et cohérence temporelle *théorème*

Il faut que les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  aient la même pulsation :  $\omega_1 = \omega_2$  pour que

$$\langle \cos [(\omega_1 - \omega_2) t + \Delta\varphi] \rangle = \langle \cos (\Delta\varphi) \rangle \neq 0$$

c'est à dire pour qu'il y ait interférence.  $\Rightarrow$

Deux longueurs d'onde différentes n'interfèrent pas.

##### 4 Condition d'interférence et cohérence spatiale *théorème*

Si les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  ont la même pulsation :  $\omega_1 = \omega_2$  pour que

$$\langle \cos [(\omega_1 - \omega_2) t + \Delta\varphi] \rangle = \langle \cos (\Delta\varphi) \rangle \neq 0$$

pour qu'il y ait interférence. Or  $\Delta\varphi = \frac{\omega}{c} [(S_2M) - (S_1M)] + \varphi_{sup2} - \varphi_{sup1} + \phi_2 - \phi_1$ . Comme le déphasage à l'origine  $\phi_2 - \phi_1$  entre deux sources lumineuses  $S_1$  et  $S_2$  est variable et quelconque. Ainsi sur le temps de réponse du détecteur, la phase varie un très grand nombre de fois entre 0 et  $2\pi$  et ainsi  $\langle \cos (\Delta\varphi) \rangle = 0$  si  $S_1$  et  $S_2$  sont différentes.  
 $\Rightarrow$

Deux sources primaires différentes n'interfèrent pas.

##### 5 Condition d'interférence sur les trains d'onde *théorème*

Pour que  $\langle \cos (\Delta\varphi) \rangle \neq 0$  avec  $\Delta\varphi = \frac{\omega}{c} [(S_2M) - (S_1M)] + \varphi_{sup2} - \varphi_{sup1} + \phi_2 - \phi_1$ , il faut que les trains d'ondes se superposent. Or, pour que se superposent ces trains d'onde, il faut que la différence de marche ne soit pas plus grande (en valeur absolue) que la longueur du train d'onde dans l'espace, c'est à dire  $\ell_c$ , la longueur de cohérence temporelle.  $\Rightarrow$

Pour que les interférences ne soient pas brouillées, il faut que la différence de marche soit inférieure à la longueur de cohérence temporelle :

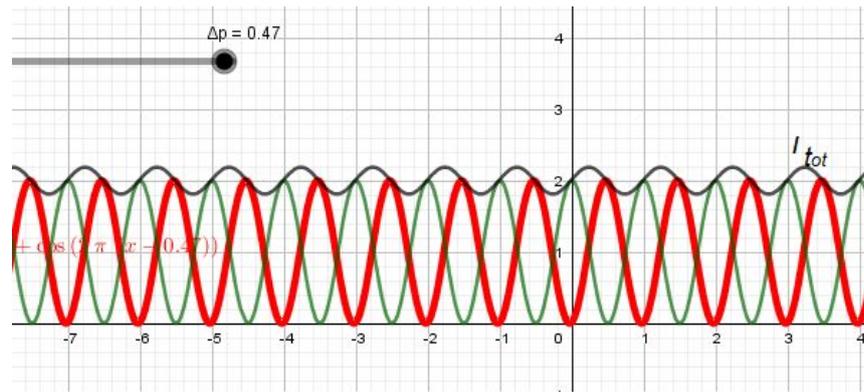
$$|\delta| < \ell_c$$

##### Utilisation des laser pour des interférences *s'y retrouver*

Une grande monochromaticité (et une grande longueur de cohérence temporelle) associée à une grande directivité (un point source à distance infinie) expliquent pourquoi il est plus facile de réaliser des interférences avec un laser.

#### 2. Critère de cohérence

### Illustration de la cohérence *animation*



l'intensité résultant de la superposition de deux systèmes d'interférence

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).



#### Critère semi-quantitatif de brouillage des franges à retenir

Si la variation de l'ordre d'interférence est  $|\Delta p| > 1/2$  en un même endroit du plan d'observation, les interférences sont brouillées.

Cela peut arriver :

- pour une source large ( $|\Delta p|$  est alors évalué sur la moitié de l'étendue spatiale de la source), on parle de cohérence spatiale ;
- pour une source non monochromatique ( $|\Delta p|$  est alors évalué sur la moitié de l'étendue spectrale de la source), on parle de cohérence temporelle.

### 3. Cohérence temporelle et cohérence spatiale



## Valeurs numériques (compléments) Phénomène d'interférences

### limitation de la résolution de l'œil

angulaire  $\theta_{\min} = 1'$   
spatiale  $\ell_{\min} \approx 100 \mu\text{m}$

### spectre visible

$\lambda \in [400 \text{ nm}; 750\text{nm}]$ .  
 $\nu \in [4 \times 10^{14} \text{ Hz}; 7,5 \times 10^{14} \text{ Hz}]$ .

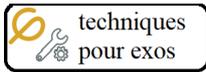
### Caractéristiques spectrales de quelques sources

source	$\Delta\lambda$	$\Delta\nu$	$\tau_c$	$\ell_c$
laser <i>HeNe</i>	$10^{-6} \text{ nm}$	$10^4 \text{ Hz}$	$10^{-6} \text{ s}$	$100 \text{ m}$
raie spectrale <i>Hg</i>	$1 \text{ nm}$	$10^{12} \text{ Hz}$	$10^{-12} \text{ s}$	$0,3 \text{ mm}$
lampe blanche	$350 \text{ nm}$	$3 \times 10^{14} \text{ Hz}$	$3 \times 10^{-15} \text{ s}$	$1 \mu\text{m}$

Quelques caractéristiques spectrales (largeur de raie  $\Delta\lambda$  et  $\Delta\nu$ , durée de cohérence temporelle  $\tau_c$  et longueur de cohérence temporelle  $\ell_c = c\tau_c$ ) pour quelques sources lumineuses.

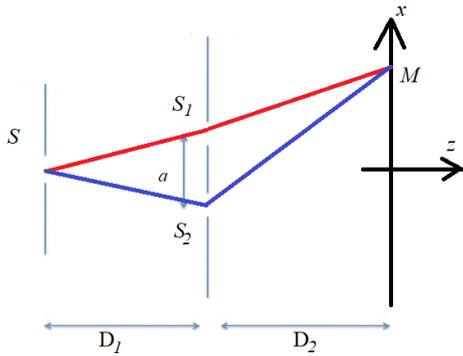
### indices optiques

$n_{\text{eau}} = 1,33$   
 $n_{\text{verre}} \in [1,5; 1,9]$

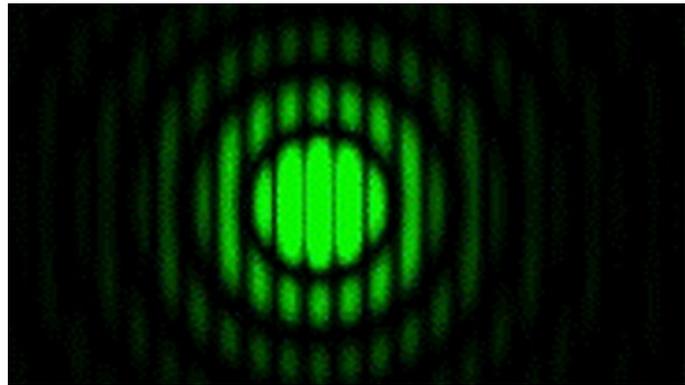


**Techniques pour passer du cours aux exercices**  
(à maîtriser)

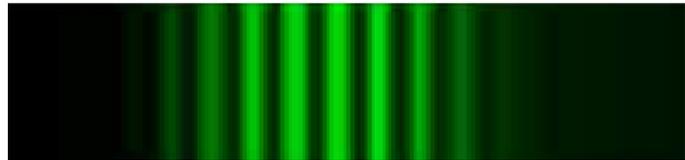
**Trous de Young à distance finie : faire un développement limité**



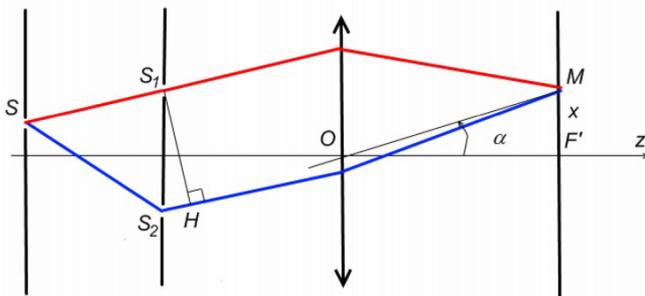
Il s'agit de calculer la différence de marche  $\delta = (SS_1M) - (SS_2M)$  puis faire un développement limité, en prenant en compte le fait que  $D_1$  et  $D_2 \ll s_1S_2, |x_z|$  et  $|y_z|$ .



↑ Trous d'Young et fentes d'Young ↓



**Trous de Young à l'infini : appliquer le théorème de Malus**



Sur le schéma ci-contre, le point d'observation  $M$  étant dans le plan focal image, il est conjugué avec l'infini.

Du point de vue de l'optique géométrique, les rayons issus de  $S_1$  et  $S_2$  qui aboutissent en  $M$  sont parallèles (et parallèles au rayon fictif qui passerait par le centre de la lentille sans être dévié).

Du point de vue de l'optique ondulatoire, comme  $H$  est le projeté orthogonal de  $S_1$  sur le rayon issu de  $S_2$ ,  $H$  et  $S_1$  sont dans le même plan d'onde. Ainsi,  $(S_1M) = (HM)$  d'après le théorème de Malus.

**Déterminer la forme des franges**

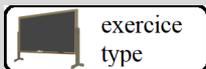
Si  $I(x)$ , alors les franges sont rectilignes, orthogonales à  $x$ .

**Déterminer l'interfrange**

Une fois écrit l'intensité lumineuse grâce à la formule de Fresnel sous la forme

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(2\pi\frac{x}{i} + \varphi_0\right)$$

l'interfrange  $i$  apparaît naturellement.



**Exercice 5.1** (le prof fait cet exercice type jeudi)  
**Dispositifs de Young**

On s'intéresse à deux sources qui sont à une distance  $a = S_1S_2$ , l'une de l'autre sur l'axe  $Ox$ . Ainsi, leurs coordonnées sont  $S_1(-\frac{a}{2}, 0, 0)$  et  $S_2(+\frac{a}{2}, 0, 0)$ . La source primaire  $S$  est sur l'axe  $Oz$ .

- 1) Déterminer la forme des franges et l'interfrange quand :
  - 1.a) le plan d'observation est à distance finie (un point d'observation  $M$  a pour coordonnées  $(x, y, D)$ ),
  - 1.b) le plan d'observation est le plan focal d'une lentille convergente de focale  $f'$ .

1)

1.a) Observation à distance finie :

 $(S_1M) = \sqrt{\overrightarrow{S_1M}^2}$ . En remplaçant par les coordonnées précédemment données,

$$(S_1M) = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$$

soit :

$$(S_1M) = D \cdot \left[ \left( 1 + \left( \frac{x + \frac{a}{2}}{D} \right)^2 + \left( \frac{y}{D} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

On fait un développement limité à l'ordre 2 en  $\frac{x}{D}$ ,  $\frac{y}{D}$  et  $\frac{a}{D}$  :

$$(S_1M) = D \cdot \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2 + x.a + \frac{a^2}{4} + y^2}{D^2} \right) \right]$$

2)

$$(S_2M) = D \cdot \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2 - x.a + \frac{a^2}{4} + y^2}{D^2} \right) \right]$$

3)

$$\Delta \approx \frac{x.a}{D}$$

Franges rectilignes parallèles à  $y$  d'interfrange  $i = \frac{\lambda D}{a}$ .

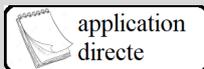
3.a) Observation à l'infini :

La lentille conjugue le point  $M$  avec l'infini dans la direction qui fait un angle  $\alpha$  avec l'axe optique. Aussi,  $S_1$  et  $H$  sont dans le même plan d'onde :  $(S_1M) = (HM)$ . La différence de marche est

$$\Delta = (S_1M) - (S_2M) = -S_2H$$

D'autre part,  $S_2H = S_1S_2 \cdot \sin \alpha \approx a \cdot \alpha = \frac{a.x}{f'}$ . Donc

$$\Delta = -\frac{a.x}{f'}$$

Franges rectilignes parallèles à  $y$  d'interfrange  $i = \frac{\lambda f'}{a}$ .application  
directe**Exercice 5.2** pour s'entraîner**Trous de Young sans diffraction**

Une source ponctuelle  $S_0$  (en  $(0, 0, -l_0)$ ) monochromatique (de longueur d'onde  $\lambda$ ) éclaire un écran opaque (placé en  $z = -D$ , où  $D < l_0$ ) est percé de deux trous ponctuels  $S_1$  (en  $(\frac{a}{2}, 0, -D)$ ) et  $S_2$  (en  $(-\frac{a}{2}, 0, -D)$ ). On observe les interférences sur un écran en  $z = 0$ .

1) Calculs généraux :

On considère que les trous envoient, sur tout l'écran, des ondes de même intensité  $I_0$ . On néglige donc le phénomène de diffraction.1.a) Exprimer l'éclairement  $E$  en fonction de  $\Delta$ , la différence de marche au point  $M$  et  $I_0$ .1.b) Déterminer la différence de marche  $\Delta$  pour le point  $M$  placé en  $(x, y, 0)$ .2) On suppose de plus que  $D \gg |x|$  et  $D \gg |y|$ .2.a) Grâce à un développement limité, simplifier l'expression de  $\Delta$ .

2.b) En déduire la forme des franges.

2.c) Quelle est l'interfrange  $i$  ?

1) Calculs généraux :

$$1.a) \quad E = 2.I_0 \cdot \left( 1 + \cos \left( \frac{2.\pi.\Delta}{\lambda} \right) \right).$$

- 1.b)  $\Delta = S_1M - S_2M = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} - \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$ .
- 2) On suppose de plus que  $D \gg |x|$  et  $D \gg |y|$ .
- 2.a)  $\Delta \approx -\frac{x \cdot a}{D}$ .
- 2.b) Les franges sont rectilignes, parallèles à  $(Oy)$ .
- 2.c)  $i = \frac{\lambda \cdot D}{a}$ .



**Exercice 5.3** pour s'entraîner

### Franges rectilignes dans le cas d'une visualisation à distance finie

On s'intéresse à deux sources qui sont à une distance  $a = S_1S_2$ , l'une de l'autre sur l'axe  $Ox$ . Ainsi, leurs coordonnées sont  $S_1(-\frac{a}{2}, 0, 0)$  et  $S_2(+\frac{a}{2}, 0, 0)$ .

Le plan d'observation est le plan  $z = D$ ,  $D$  est donc la distance des sources à l'écran. Un point d'observation  $M$  a pour coordonnées  $(x, y, D)$ .

Le milieu de propagation est l'air d'indice  $n = 1$ .

- 1) Montrer que la différence de marche en fonction de  $x$  est

$$\Delta = \Delta_0 + \frac{x \cdot a}{D}$$

où  $\Delta_0$  est une constante.

- 2) En déduire que les franges sont rectilignes, parallèles à  $Oy$ .
- 3) Montrer que l'interfrange est  $i = \frac{\lambda \cdot D}{a}$ .
- 4) Pour visualiser à l'œil nu les franges, il faut que l'interfrange soit suffisant, c'est à dire  $i > 100\mu m$ . Qu'est ce que cela impose sur  $a$  ?

1)

$$\Delta = SS_1 + S_1M - SS_2 - S_2M = \Delta_0 + S_1M - S_2M$$

avec  $\Delta_0 = SS_1 - S_2M$  et  $S_1M - S_2M = \sqrt{S_1M^2} - \sqrt{S_2M^2}$ . En remplaçant par les coordonnées précédemment données,

$$\Delta = \Delta_0 + \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} - \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$$

soit :

$$\Delta = \Delta_0 + D \cdot \left[ \left( 1 + \left( \frac{x + \frac{a}{2}}{D} \right)^2 + \left( \frac{y}{D} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left( 1 + \left( \frac{x - \frac{a}{2}}{D} \right)^2 + \left( \frac{y}{D} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

On fait un développement limité à l'ordre 2 en  $\frac{x}{D}$ ,  $\frac{y}{D}$  et  $\frac{a}{D}$  :

$$\Delta \approx \Delta_0 + D \cdot \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2 + x \cdot a + \frac{a^2}{4} + y^2}{D^2} \right) - \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{x^2 - x \cdot a + \frac{a^2}{4} + y^2}{D^2} \right) \right] = \Delta_0 + \frac{x \cdot a}{D}$$

- 2) L'intensité lumineuse en  $M$  est donc

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x \cdot a}{D} + \varphi_{sup} + \frac{2\pi \cdot \Delta_0}{\lambda}\right)$$

L'intensité ne dépendant que de  $x$ , les franges sont rectilignes, parallèles à  $Oy$ .

- 3) L'intensité lumineuse en  $M$  peut se réécrire sous la forme

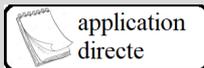
$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{i} + \psi\right)$$

où  $i$  est la période spatiale des franges, c'est à dire l'interfrange. On en tire l'interfrange  $i = \frac{\lambda \cdot D}{a}$ . Quand  $x$  varie de  $\pm i$  alors  $\Delta$  varie de  $\pm \lambda$ .

- 4) Comme  $\lambda \sim 500nm$  et  $D \sim 50cm$ , on trouve :

$$a < \frac{25 \cdot 10^{-8}}{10^{-4}} = 2,5mm$$

ce qui permet bien de vérifier que  $a \ll D$ .



**Exercice 5.4** pour s'entraîner

**Franges rectilignes dans le cas d'une visualisation à l'infini**

On s'intéresse à la visualisation des interférences dans le plan focal d'une lentille convergente de focale  $f'$ .

1) Montrer que la différence de marche est

$$\Delta = \Delta_0 - \frac{a \cdot x}{f'}$$

où  $\Delta_0$  est une constante.

2) En déduire que les franges sont donc rectilignes, parallèles à  $Oy$ , comme précédemment.

3) Montrer que l'interfrange est :  $i = \frac{\lambda \cdot f'}{a}$ .

1) La lentille conjugue le point  $M$  avec l'infini dans la direction qui fait un angle  $\alpha$  avec l'axe optique. Aussi,  $S_1$  et  $H$  sont dans le même plan d'onde :  $(S_1M) = (HM)$ . La différence de marche est

$$\Delta = (SS_1M) - (SS_2M) = SS_1 - SS_2 - S_2H$$

On peut poser comme précédemment  $\Delta_0 = SS_1 - S_2M$ . D'autre part,  $S_2H = S_1S_2 \cdot \sin \alpha \approx a \cdot \alpha = \frac{a \cdot x}{f'}$ .

2) L'intensité lumineuse en  $M$  est donc

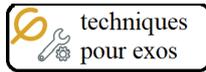
$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x \cdot a}{f'} + \varphi_{sup} + \frac{2\pi \cdot \Delta_0}{\lambda}\right)$$

On voit que l'intensité ne dépendant que de  $x$ , les franges sont donc rectilignes, parallèles à  $Oy$ , comme précédemment.

3) L'intensité lumineuse en  $M$  peut se réécrire sous la forme

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{i} + \psi\right)$$

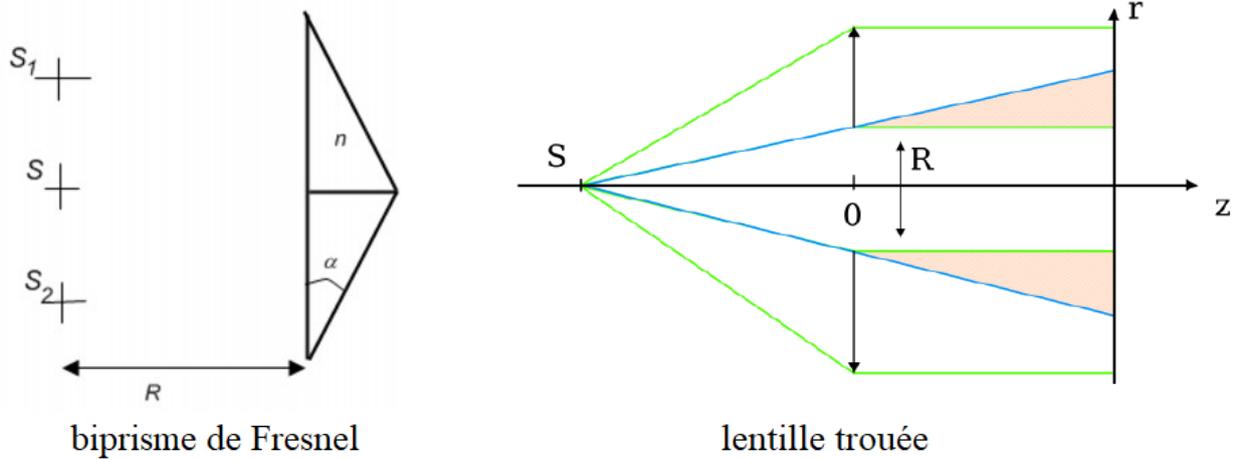
où  $i$  est la période spatiale des franges, c'est à dire l'interfrange.



## Techniques pour passer du cours aux exercices (à maîtriser)

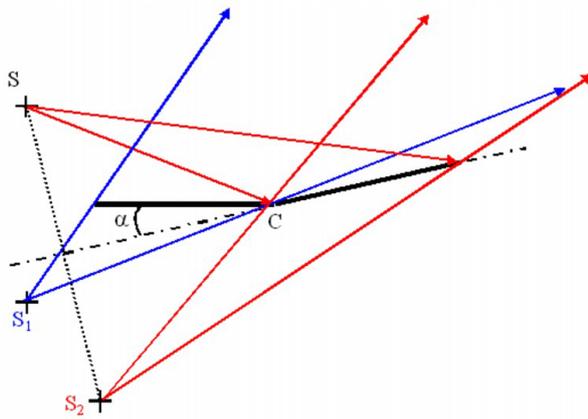
### Dispositifs à division du front d'onde : se ramener au dispositif des trous de Young

Tous les interféromètres à division du front d'onde peuvent se ramener au dispositif des trous de Young.

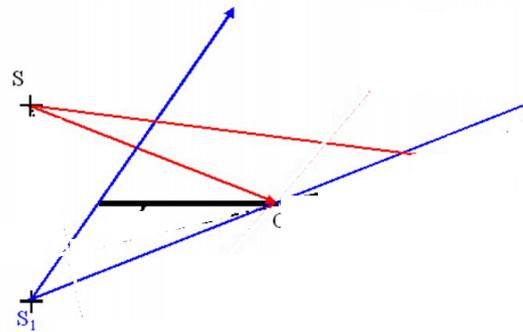


biprisme de Fresnel

lentille trouée



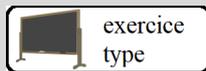
miroirs de Fresnel



miroir de Lloyd

L'interfrange est  $\frac{\lambda D}{a}$ , où  $D$  est la distance d'observation des deux trous source éloignés de  $a$ .  
Pour connaître l'intensité, il s'agit de calculer la différence de marche  $\delta$ , de ne pas oublier les déphasages supplémentaires  $\varphi_{sup}$  : avant d'appliquer la formule de Fresnel :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta + \varphi_{sup}\right)$$



### Exercice 5.5 (le prof fait cet exercice type jeudi) Dispositifs équivalents aux trous de Young

On s'intéresse au dispositif des miroirs de Fresnel.

Les miroirs de Fresnel sont deux miroirs plans ayant une arête commune, dont l'angle  $\alpha$  entre les normales est petit. On note  $R$  la distance de la source  $S$  à l'arête.

Dans ce dispositif,  $S_1$  est le symétrique de  $S$  par rapport au premier miroir  $M_1$ , tandis que  $S_2$  est le symétrique de  $S$  par rapport au second miroir  $M_2$ .

- 1) Déterminer géométriquement le champ d'interférences.
- 2) Déterminer l'expression de la distance  $S_1 S_2$ .
- 3) En déduire les caractéristiques des franges observées.

$$S_1 S_2 = 2 R \alpha.$$



application  
directe

**Exercice 5.6** pour s'entraîner

### Miroir de Lloyd et trous d'Young équivalents

Le miroir de Lloyd est un simple miroir plan. On note  $R$  la distance de la source  $S$  au miroir.

1) Déterminer  $S_1 S_2$ , la distance entre deux trous d'Young équivalents.

Dans ce dispositif,  $S_1$  est simplement  $S$ , tandis que  $S_2$  est le symétrique de  $S$  par rapport au miroir. Ainsi, la distance  $S_1 S_2$  est  $2.R$ .



application  
directe

**Exercice 5.7** pour s'entraîner

### Miroir de Loyd

On s'intéresse à une source ponctuelle éclairée par une lampe monochromatique à vapeur de sodium ( $\lambda = 589nm$ ) à une distance  $d$  d'un miroir.

1) On observe les interférences sur un écran placé à une distance  $D = 1,0m \gg d$ , orthogonalement au miroir entre le rayon issu directement de la source et celui réfléchi sur le miroir.

1.a) Où se trouvent les franges ?

1.b) Quelle est la forme de ces franges ?

1.c) Y a-t-il un déphasage supplémentaire  $\varphi_{sup}$  introduit par ce dispositif ?

2) Interfrange :

2.a) Quelle est l'interfrange  $i$  ?

On veut que l'interfrange soit, au moins  $i > i_{min} = 1,0mm$ .

2.b) Déterminer alors  $d_{max}$ , la valeur maximale de  $d$ .

1) Généralités :

1.a) Les franges se trouvent dans la zone de recouvrement des faisceaux.

1.b) Les franges sont rectilignes, parallèles au miroir.

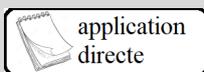
1.c)  $\varphi_{sup} = \pm\pi$  à cause d'une unique réflexion.

2) Interfrange :

2.a) Les deux sources secondaires sont symétriques par rapport au miroir, donc éloignées de  $a =$

$$2.d \Rightarrow i = \frac{\lambda.D}{2.d}.$$

2.b)  $d < d_{max} = \frac{\lambda.D}{2.i_{min}} = 0,29mm$ , ce qui est très compliqué expérimentalement.



application  
directe

**Exercice 5.8** pour s'entraîner

### Angle entre deux miroirs de Fresnel

On s'intéresse à deux miroirs de Fresnel qui font entre eux un angle  $\alpha$  inconnu. Ils sont éclairés par un laser hélium-néon (de longueur d'onde  $\lambda = 632,8nm$ ) qui voit son faisceau élargi par un objectif de microscope placé à une distance  $d = 20cm$  de l'arête des miroirs. On observe des franges sur un écran à une distance  $D = 1,6m$  de cette arête, grâce à une loupe de focale  $f' = 10cm$ . A travers cette loupe, on voit (sans accommoder) deux franges lumineuses consécutives à l'infini, écartées d'un angle  $\beta = 1'$ .

1) Quelle est l'interfrange  $i$  ?

2) En déduire la valeur numérique en  $^\circ$  de  $\alpha$ , l'angle entre les deux miroir.

1) Les franges sont placées dans le plan focal objet de la loupe, donc :  $i = \beta.f' = 29\mu m$

2) L'interfrange est  $i = \frac{\lambda.D}{a}$  avec  $a = 2.d.\alpha$ , donc

$$\alpha = \frac{\lambda.D}{2.d.i} = \frac{\lambda.D}{2.d.\beta.f'} = 89mrad = 5$$



**Exercice 5.9** pour s'entraîner

**Interfranges avec des miroirs de Fresnel éclairé par une lampe au mercure**

On s'intéresse à deux miroirs de Fresnel qui font entre eux un angle  $\alpha = 4'0''$ . Ils sont éclairés par une fente fine parallèle à l'arête des miroirs à une distance  $d = 40\text{cm}$  de cette arête. On observe des franges sur un écran à une distance  $D = 1,6\text{m}$  de cette arête.

1) Quelle est l'interfrange  $i$  des franges avec les différentes longueurs d'onde du mercure :

1.a)  $\lambda_1 = 405\text{nm}$

1.b)  $\lambda_2 = 436\text{nm}$

1.c)  $\lambda_3 = 546\text{nm}$

1.d)  $\lambda_4 = 579\text{nm}$

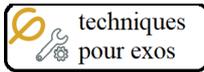
1) L'interfrange est  $i = \frac{\lambda \cdot D}{a}$  avec  $a = 2 \cdot d \cdot \alpha$

1.a)  $\lambda_1 = 405\text{nm} \Rightarrow i_1 = 0,84\text{mm}$

1.b)  $\lambda_2 = 436\text{nm} \Rightarrow i_2 = 0,91\text{mm}$

1.c)  $\lambda_3 = 546\text{nm} \Rightarrow i_3 = 1,1\text{mm}$

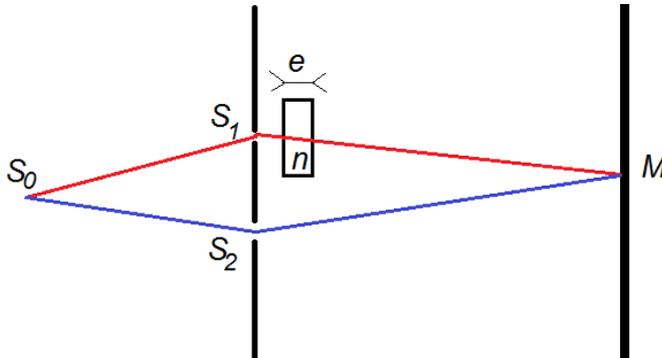
1.d)  $\lambda_4 = 579\text{nm} \Rightarrow i_4 = 1,2\text{mm}$



### Techniques pour passer du cours aux exercices (à maîtriser)

Le décalage de  $N$  franges se comprend en calculant la variation de l'ordre d'interférence  $\delta p = N$ .

### Interpréter l'effet du rajout d'une lame à faces parallèles sur un des trajets.

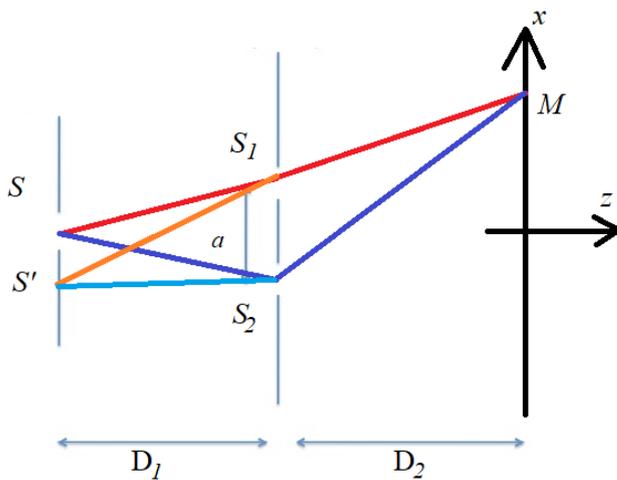


Sans la lame d'épaisseur  $e$ , le chemin optique est  $L_1 = e$ .

Avec la lame d'épaisseur  $e$  d'indice  $n$ , le chemin optique est  $L_2 = ne$ .

La substitution de l'air ( $L_1$ ) par la lame ( $L_2$ ) introduit une différence de marche  $\delta = (n - 1)e$  en plus dans le dispositif.

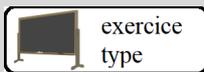
### Utiliser les trous de Young pour étudier la cohérence spatiale



Il s'agit de calculer la variation de l'ordre d'interférence quand on fait varier la source primaire.  $\Delta p = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \delta$  où  $\delta(S) = (SS_1M) - (SS_2M)$  et  $\Delta \delta = \delta(S) - \delta(S')$ .

Il faut faire un développement limité, en prenant en compte le fait que  $D_1 \ll SS'$ .

La cohérence est assurée tant que  $\Delta p < 1/2$ .



### Exercice 5.10 (le prof fait cet exercice type jeudi)

#### Applications des dispositifs de Young

On éclaire un montage de fentes de Young  $S_1$  et  $S_2$  avec une lampe à vapeur de sodium de longueur d'onde  $\lambda = 589\text{nm}$  placée derrière une fente d'éclairage  $S$ .

On intercale sur le trajet de la lumière après  $S_2$  une cuve transparente de longueur intérieure  $l = 10\text{cm}$ .

On place un écran parallèlement à  $S_1S_2$ , à une distance grande devant  $S_1S_2$ .

Initialement la cuve est pleine d'air.

1) Que visualise-t-on dans le champ de recouvrement des faisceaux ?

Grâce à une pompe, on fait le vide dans la cuve. En un point  $M$  de l'écran on voit lors de l'opération défilier  $n_1$  franges.

2) Exprimer  $n_1$  en fonction de  $l$ ,  $\lambda$  et l'indice de l'air  $n_{air}$ .

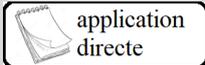
On remplit maintenant la cuve par du gaz ammoniac  $NH_3$ . Le déplacement total des franges (par rapport à l'état où la cuve était remplie d'air) est de  $n_2 = 17$  franges.

3) Déterminer la différence  $\Delta n$  des indices de l'air ( $n_{air}$ ) et de l'ammoniac ( $n_{NH_3}$ ). Application numérique.

1) On visualise des franges rectilignes, perpendiculaires à  $(S_1S_2)$ .

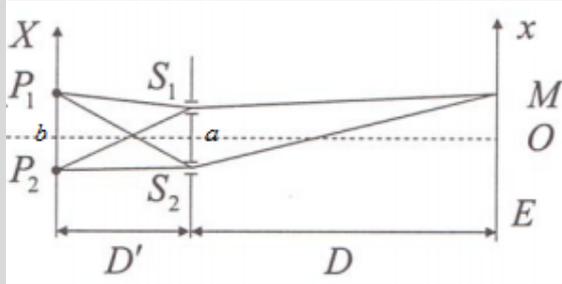
2) En un point  $M$ , la différence de marche était  $\Delta_0 = cste + l.n_{air}$ . Elle devient  $\Delta_1 = cste + l$ . La différence des ordres d'interférence est :  $n_1 = \frac{l}{\lambda} (n_{air} - 1)$ .

3)  $n_2 = \frac{l}{\lambda} (n_{NH_3} - n_{air}) = 17 \Rightarrow \Delta n = 17 \frac{\lambda}{l} = 1,0 \cdot 10^{-4}$ .



**Exercice 5.11** pour s'entraîner

### Cohérence spatiale avec deux points source primaires



On s'intéresse à un interféromètre avec deux trous de Young  $S_1$  et  $S_2$  éloignés d'une distance  $a$ , placés à une distance  $D$  d'un écran. On éclaire ce dispositif par deux points sources  $P_1$  et  $P_2$  éloignés d'une distance  $b$ , placés à une distance  $D'$  des trous de Young, ces deux points délivrant un rayonnement monochromatique de même longueur d'onde  $\lambda_0$  et de même intensité.

1) Calculer la différence de marche  $\delta_1$  relative au point source  $P_1$ . Faire de même pour  $\delta_2$  relative au point source  $P_2$ .

2) Calculer l'intensité résultante en un point  $M$  de l'écran. On donne

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

3) Calculer le contraste des interférences. En déduire la largeur  $b$  pour laquelle le brouillage des interférences apparaît.

1) Les différences de marches sont

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (P_1 S_1 M) - (P_1 S_2 M) = (P_1 S_1 + S_1 M) - (P_1 S_2 + S_2 M) \\ \delta_1 &= \left( \sqrt{D'^2 + \left( \frac{b}{2} - \frac{a}{2} \right)^2} + \sqrt{D^2 + \left( x - \frac{a}{2} \right)^2} \right) - \left( \sqrt{D'^2 + \left( \frac{b}{2} + \frac{a}{2} \right)^2} + \sqrt{D^2 + \left( x + \frac{a}{2} \right)^2} \right) \\ \delta_1 &= D' \left[ \left( 1 + \frac{b^2 + a^2 - 2ab}{4D'^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \left( 1 + \frac{b^2 + a^2 + 2ab}{4D'^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] + D \left[ \left( 1 + \frac{2x^2 + a^2 - 4ax}{4D^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \left( 1 + \frac{2x^2 + a^2 + 4ax}{4D^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ \delta_1 &\approx D' \left[ \frac{-ab}{2D'^2} - \frac{ab}{2D'^2} \right] + D \left[ \frac{-2ax}{4D^2} - \frac{2ax}{4D^2} \right] = \frac{-ab}{2D'} - \frac{ax}{D} \end{aligned}$$

De la même façon,

$$\delta_2 = \frac{+ab}{2D'} - \frac{ax}{D}$$

2) L'intensité résultante en un point  $M$  de l'écran est la somme des deux intensités (deux points sources différents n'interfèrent pas) :

$$I = I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_1 \right) \right) + I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_2 \right) \right) = I_0 \left( 2 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_1 \right) + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_2 \right) \right)$$

Grâce à la formule trigo,

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \right) \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{\delta_1 - \delta_2}{2} \right) \right) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ax}{D} \right) \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ab}{2D'} \right) \right)$$

3) Donc le contraste des interférences est

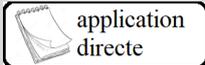
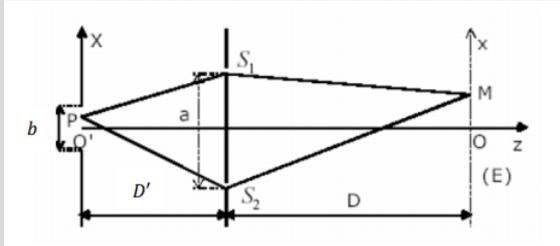
$$C = \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ab}{2D'} \right)$$

Le brouillage des interférences apparaît si  $C = 0 \Leftrightarrow$

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ab}{2D'} = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

Aussi, la largeur  $b$  pour laquelle le brouillage des interférences apparaît est telle que :

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ab}{2D'} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{D' \lambda_0}{2a}$$

**Exercice 5.12** pour s'entraîner**Cohérence spatiale avec une fente source d'éclairage**

On s'intéresse à un interféromètre avec deux trous de Young  $S_1$  et  $S_2$  éloignés d'une distance  $a$ , placés à une distance  $D$  d'un écran. On éclaire ce dispositif par une fente source de largeur  $b$ , placée à une distance  $D'$  des trous de Young, chacun des points de la fente source délivrant un rayonnement monochromatique de même longueur d'onde  $\lambda_0$  et de même intensité.

- 1) Calculer la différence de marche relative à un point source  $P$  d'abscisse  $X$ .
- 2) Calculer l'intensité résultante en un point  $M$  de l'écran. On donne

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left( \frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

- 3) Calculer le contraste des interférences. En déduire la largeur  $b$  pour laquelle le brouillage des interférences apparaît.
- 4) Retrouver ce dernier résultat grâce au critère de brouillage.

- 1) La différence de marche est

$$\delta = (PS_1M) - (PS_2M) = (PS_1 + S_1M) - (PS_2 + S_2M)$$

$$\delta = \left( \sqrt{D'^2 + \left(X - \frac{a}{2}\right)^2} + \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} \right) - \left( \sqrt{D'^2 + \left(X + \frac{a}{2}\right)^2} + \sqrt{D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} \right)$$

$$\delta_1 = D' \left[ \left( 1 + \frac{4X^2 + a^2 - 4aX}{4D'^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \left( 1 + \frac{b^2 + a^2 + 2ab}{4D'^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] + D \left[ \left( 1 + \frac{4X^2 + a^2 + 4aX}{4D^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \left( 1 + \frac{2x^2 + a^2 + 4ax}{4D^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$\delta \approx D' \left[ \frac{-2aX}{4D'^2} - \frac{2aX}{4D'^2} \right] + D \left[ \frac{-2ax}{4D^2} - \frac{2ax}{4D^2} \right] = \frac{-aX}{D'} - \frac{ax}{D}$$

- 2) L'intensité résultante en un point  $M$  de l'écran est la somme des intensités (deux points sources différents n'interfèrent pas) :

$$I = \int_{X=-\frac{b}{2}}^{X=+\frac{b}{2}} I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi a}{\lambda_0} \left( \frac{X}{D'} + \frac{x}{D} \right) \right) \right) dX$$

L'intégration donne :

$$I = I_0 \left( b + \left[ \frac{\lambda_0 D'}{2\pi a} \sin \left( \frac{2\pi a}{\lambda_0} \left( \frac{X}{D'} + \frac{x}{D} \right) \right) \right]_{X=-\frac{b}{2}}^{X=+\frac{b}{2}} \right)$$

$$I = b I_0 \left( 1 + \frac{\lambda_0 D'}{2\pi a b} \left[ \sin \left( \frac{2\pi a}{\lambda_0} \left( \frac{b}{2D'} + \frac{x}{D} \right) \right) - \sin \left( \frac{2\pi a}{\lambda_0} \left( \frac{-b}{2D'} + \frac{x}{D} \right) \right) \right] \right)$$

Grâce à la formule trigo,

$$I = b I_0 \left( 1 + \frac{\lambda_0 D'}{\pi a b} \sin \left( \frac{2\pi a}{\lambda_0} \frac{b}{2D'} \right) \cos \left( \frac{2\pi a}{\lambda_0} \frac{x}{D} \right) \right)$$

- 3) Donc le contraste des interférences est

$$C = \frac{\lambda_0 D'}{\pi a b} \sin \left( \frac{2\pi a}{\lambda_0} \frac{b}{2D'} \right) = \text{sinc} \left( \frac{\pi a b}{\lambda_0 D'} \right)$$

Le brouillage des interférences apparaît si  $C = 0 \Leftrightarrow$

$$\frac{\pi a b}{\lambda_0 D'} = k \pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}^*$$

Aussi, la largeur  $b$  pour laquelle le brouillage des interférences apparaît est telle que :

$$\frac{\pi a b}{\lambda_0 D'} = \pi \Rightarrow b = \frac{\lambda_0 D'}{a}$$

4) Le critère semi-quantitatif de brouillage des franges est le suivant :  $|\Delta p| > 1/2$  (où  $|\Delta p|$  est évalué sur la moitié de l'étendue spatiale de la source).

Ici, la moitié de l'étendue spatiale de la source est  $\frac{b}{2}$ .

Comme

$$\delta = \frac{-a X}{D'} - \frac{a x}{D} \Rightarrow p = \frac{-a X}{\lambda_0 D'} - \frac{\lambda_0 a x}{D}$$

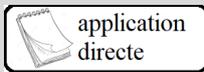
Donc

$$|\Delta p| = \frac{a b}{2 \lambda_0 D'} = \frac{1}{2}$$

pour le brouillage. On trouve donc

$$b = \frac{\lambda_0 D'}{a}$$

(cqfd).



### Exercice 5.13 pour s'entraîner Déplacement des franges

Un système de fentes d'Young  $F_1$  et  $F_2$  (parallèles à  $Ox$ ), éloignées de  $a = 1,0\text{mm}$  suivant  $Oy$  est éclairé par une lampe à vapeur de sodium de longueur d'onde  $\lambda = 589\text{nm}$ . On observe les interférences sur un écran à une distance  $D = 1,2\text{m}$  de  $F_1$  et  $F_2$ .

1) Calculer l'interfrange  $i$ .

2) On place devant  $F_1$  une lame mince de verre d'indice  $n = 1,5$  et d'épaisseur  $e = 5,0\mu\text{m}$ . Calculer le décalage  $\Delta y$  des franges.

1) L'interfrange est  $i = \frac{\lambda \cdot D}{a}$  soit  $i = 0,71\text{mm}$

2) La différence de marche varie en un point de  $\delta\Delta = (n-1) \cdot e$ , qui correspond à un déphasage  $\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot \delta\Delta}{\lambda}$ , lui-même correspondant à un décalage  $\Delta y$  tel que  $\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot \Delta y}{i}$ . Soit

$$\Delta y = \frac{i \cdot (n-1) \cdot e}{\lambda} = \frac{(n-1) \cdot e \cdot D}{a} = 3,0\text{mm}$$



### Exercice 5.14 pour s'entraîner Etude de la cohérence spatiale

Considérons deux points sources primaires très proches :  $S$  et  $S_0$ . On admet que tous les rayons lumineux qui passent par la voie 1 (respectivement la voie 2) d'un interféromètre passent par  $S_1$  (respectivement  $S_2$ ).  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  sont des vecteurs normés dans les directions de  $S_1$  et  $S_2$  :  $\vec{u}_1 = \frac{\vec{S_0 S_1}}{S_0 S_1}$  et  $\vec{u}_2 = \frac{\vec{S_0 S_2}}{S_0 S_2}$ .

On appelle  $\delta\Delta = (SS_1 - SS_2) - (S_0 S_1 - S_0 S_2)$  la différence de différence de marche entre les deux points sources pour aller en  $M$  suivant les deux voies de l'interféromètre.

1) Montrer que

$$|\delta\Delta| \approx \left| \vec{S S_0} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \right| \ll \lambda$$

pour que les interférences ne soient pas brouillées.

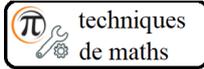
$SS_1 = \sqrt{(\vec{S S_0} + \vec{S_0 S_1})^2}$ . Donc  $SS_1 = S_0 S_1 \cdot \left( 1 + 2 \vec{S S_0} \cdot \vec{u}_1 + \left( \frac{S S_0}{S_0 S_1} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ . Un développement limité au premier ordre donne :  $SS_1 \approx S_0 S_1 \cdot \left( 1 + \vec{S S_0} \cdot \vec{u}_1 \right)$ . De la même façon,  $SS_2 \approx S_0 S_2 \cdot \left( 1 + \vec{S S_0} \cdot \vec{u}_2 \right)$ .

Pour que  $S$  et  $S_0$  donnent le même terme d'interférence, il faut que  $\Delta\varphi(S, M) \approx \Delta\varphi(S_0, M) \Leftrightarrow \frac{2\pi \Delta(S)}{\lambda} \approx \frac{2\pi \Delta(S_0)}{\lambda}$ , soit :  $\left| \frac{2\pi \delta\Delta}{\lambda} \right| \ll 2\pi$ , une condition approximative de non brouillage des interférences sur  $\delta\Delta$  est

donc :  $|\delta\Delta| \ll \lambda$ . Donc :

$$|\delta\Delta| \approx \left| \overrightarrow{SS_0} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \right| \ll \lambda$$

pour que les interférences ne soient pas brouillées.



## Techniques mathématiques à maîtriser

### Calculs de moyennes

#### Définitions de la moyenne :

Soit  $s(t)$  une fonction de  $t$ .

- La moyenne physique de  $s$  est  $\langle s \rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau s(t) dt$ ,
- la moyenne mathématique de  $s$  est  $\langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) dt$  si  $s(t)$  est  $T$ -périodique.

On peut montrer aisément que la seconde définition ne dépend pas de  $t_0$ . On peut montrer aussi que la première définition revient à la seconde, pour peu que  $\tau \gg T$ . On posera  $\tau = NT + \delta t$ , avec  $N \in \mathbb{N}$ , et  $\delta t < T$  (donc  $N \gg 1$ ) :

$$\langle s \rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \left[ \int_0^T s(t) dt + \int_T^{2T} s(t) dt + \dots + \int_{(N-1)T}^{NT} s(t) dt + \int_{NT}^{\tau} s(t) dt \right]$$

donc, d'après la périodicité de  $s$ ,

$$\langle s \rangle_\tau = \frac{1}{NT + \delta t} \left[ N \int_0^T s(t) dt + \int_0^{\delta t} s(t) dt \right] = \frac{1}{T + \frac{\delta t}{N}} \int_0^T s(t) dt + \frac{\int_0^{\delta t} s(t) dt}{NT} \approx \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$$

comme le second terme tend vers 0.

#### Quelques moyennes :

- si  $s(t)$  une fonction constante,  $\langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s_0 dt = \frac{1}{T} [s_0 t]_0^T = s_0$
- si  $s(t)$  une fonction qui varie aléatoirement autour de 0,  $\langle s \rangle_\tau = 0$ ;
- si  $s(t)$  une fonction sinusoidale,  $\langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right) dt = \frac{1}{T} \left[-\frac{T}{2\pi} s_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right)\right]_0^T = 0$
- si  $s(t)$  une fonction sinusoidale au carré,  $\langle s \rangle = \left\langle \frac{\cos(2\alpha)+1}{2} \right\rangle = \left\langle \frac{\cos(2\alpha)}{2} \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{2}$

#### Utilisation des complexes :

Si  $s_1(t) = \text{Re}(\tilde{s}_1)$  et  $s_2(t) = \text{Re}(\tilde{s}_2)$ , alors

$$\langle s_1 s_2 \rangle_\tau = \frac{1}{2} \text{Re}(\tilde{s}_1 \tilde{s}_2^*)$$

où  $\tilde{s}_2^*$  est le complexe conjugué de  $\tilde{s}_2$ .

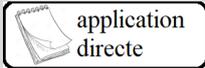
Démonstration :

$$\langle s_1 s_2 \rangle_\tau = s_1 s_2 \left\langle \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha_2) + \cos\left(\frac{4\pi}{T}t + \alpha_1 + \alpha_2\right)}{2} \right\rangle_\tau = s_1 s_2 \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha_2)}{2}$$

d'une part. D'autre part :

$$\frac{1}{2} \text{Re}(\tilde{s}_1 \tilde{s}_2^*) = \frac{1}{2} \text{Re}\left(s_1 e^{j\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha_1\right)} s_2 e^{-j\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha_2\right)}\right) = \frac{1}{2} \text{Re}\left(s_1 s_2 e^{j(\alpha_1 - \alpha_2)}\right) = s_1 s_2 \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha_2)}{2}$$

(cqfd)



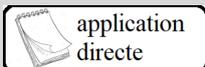
**Exercice 5.15** pour s'entraîner

### Moyenne d'une fonction sinusoïdale au carré grâce aux complexes

- 1) Calculer  $\langle \cos^2 \left( \frac{2\pi}{T}t + \alpha \right) \rangle$  en utilisant les complexes.

- 1) On pose  $s_1(t) = \text{Re}(\tilde{s}_1)$  avec  $\tilde{s}_1 = e^{j\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right)}$ , alors, comme

$$\langle s_1 s_1 \rangle_\tau = \frac{1}{2} \text{Re}(\tilde{s}_1 \tilde{s}_1^*) = \frac{1}{2} |\tilde{s}_1|^2 \Rightarrow \langle \cos^2 \left( \frac{2\pi}{T}t + \alpha \right) \rangle_\tau = \frac{1}{2}$$



**Exercice 5.16** pour s'entraîner

### Moyenne d'un produit de fonctions sinusoïdales en quadrature de phase

- 1) Calculer  $\langle \cos(\omega t + \alpha) \sin(\omega t + \alpha) \rangle$  en utilisant la formule trigonométrique

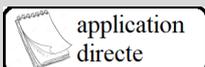
$$\sin \theta \cos \varphi = \frac{\sin(\theta - \varphi) + \sin(\theta + \varphi)}{2}$$

- 1) Comme  $\sin \theta \cos \varphi = \frac{\sin(\theta - \varphi) + \sin(\theta + \varphi)}{2}$ ,

$$\cos(\omega t + \alpha) \sin(\omega t + \alpha) = \frac{\sin(0) + \sin(2\omega t + 2\alpha)}{2}$$

donc

$$\langle \cos(\omega t + \alpha) \sin(\omega t + \alpha) \rangle = \frac{\langle 0 \rangle + \langle \sin(2\omega t + 2\alpha) \rangle}{2} = 0$$



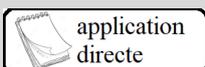
**Exercice 5.17** pour s'entraîner

### Moyenne d'un produit de fonctions sinusoïdales en quadrature de phase grâce aux complexes

- 1) Calculer  $\langle \cos(\omega t + \alpha) \sin(\omega t + \alpha) \rangle$  en utilisant les complexes.

- 1) On pose  $s_1(t) = \text{Re}(\tilde{s}_1)$  avec  $\tilde{s}_1 = e^{j(\omega t + \alpha)}$ , et  $s_2(t) = \text{Re}(\tilde{s}_2)$  avec  $\tilde{s}_2 = e^{j\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$ , alors, comme

$$\langle s_1 s_2 \rangle_\tau = \frac{1}{2} \text{Re}(\tilde{s}_1 \tilde{s}_2^*) = \frac{1}{2} \text{Re}(e^{j\frac{\pi}{2}}) \Rightarrow \langle \cos(\omega t + \alpha) \sin(\omega t + \alpha) \rangle = 0$$



**Exercice 5.18** pour s'entraîner

### Moyenne d'un produit de fonctions sinusoïdales déphasées

- 1) Calculer  $\langle \cos(\omega t) \cos(\omega t + \alpha) \rangle$  en utilisant la formule trigonométrique

$$\cos \theta \cos \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) + \cos(\theta + \varphi)}{2}$$

$$1) \text{ Comme } \cos \theta \cos \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) + \cos(\theta + \varphi)}{2},$$

$$\cos(\omega t) \cos(\omega t + \alpha) = \frac{\cos(-\alpha) + \cos(2\omega t + \alpha)}{2}$$

donc

$$\langle \cos(\omega t) \cos(\omega t + \alpha) \rangle = \frac{\langle \cos(-\alpha) \rangle + \langle \sin(2\omega t + \alpha) \rangle}{2} = \frac{1}{2} \cos \alpha$$



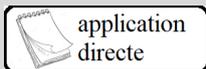
**Exercice 5.19** pour s'entraîner

### Moyenne d'un produit de fonctions sinusoïdales déphasées grâce aux complexes

1) Calculer  $\langle \cos(\omega t) \cos(\omega t + \alpha) \rangle$  en utilisant les complexes.

1) On pose  $s_1(t) = \text{Re}(\tilde{s}_1)$  avec  $\tilde{s}_1 = e^{j(\omega t)}$ , et  $s_2(t) = \text{Re}(\tilde{s}_2)$  avec  $\tilde{s}_2 = e^{j(\omega t + \alpha)}$ , alors, comme

$$\langle s_1 s_2 \rangle_T = \frac{1}{2} \text{Re}(\tilde{s}_1 \tilde{s}_2^*) = \frac{1}{2} \text{Re}(e^{-j\alpha}) \Rightarrow \langle \cos(\omega t) \cos(\omega t + \alpha) \rangle = \frac{1}{2} \cos \alpha$$



**Exercice 5.20** pour s'entraîner

### Calcul grâce aux complexes de l'intensité dans le cas de $N$ ondes de même amplitude ayant un même déphasage

1) Calculer, en utilisant les complexes associés, l'intensité dans le cas de  $N$  ondes d'amplitudes respectives :

$$a_1(t) = a_0 \cos(\omega t + \varphi), a_2(t) = a_0 \cos(\omega t + 2\varphi), \dots, a_N(t) = a_0 \cos(\omega t + N\varphi)$$

1) On pose :

- $a_1(t) = \text{Re}(\tilde{a}_1)$ , avec  $\tilde{a}_1 = a_0 e^{j\varphi} e^{j\omega t}$ ,
- $a_2(t) = \text{Re}(\tilde{a}_2)$ , avec  $\tilde{a}_2 = a_0 e^{j2\varphi} e^{j\omega t}$ ,
- ...

La somme des amplitudes complexes est :

$$\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots + \tilde{a}_N = a_0 e^{j\omega t} [e^{j\varphi} + e^{j2\varphi} + \dots + e^{jN\varphi}]$$

On reconnaît une série géométrique de raison  $q = e^{j\varphi}$  :

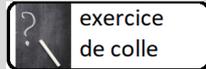
$$\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots + \tilde{a}_N = a_0 e^{j\omega t} \frac{q - q^{N+1}}{1 - q} = a_0 e^{j\omega t} e^{j\varphi} \frac{1 - e^{jN\varphi}}{1 - e^{j\varphi}}$$

L'intensité est :

$$I = \frac{1}{2} |\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots + \tilde{a}_N|^2 = \frac{1}{2} a_0^2 \left| \frac{1 - e^{jN\varphi}}{1 - e^{j\varphi}} \right|^2 = \frac{1}{2} a_0^2 \left| \frac{e^{j\frac{N}{2}\varphi} e^{-j\frac{N}{2}\varphi} - e^{j\frac{N}{2}\varphi}}{e^{j\frac{\varphi}{2}} e^{-j\frac{\varphi}{2}} - e^{j\frac{\varphi}{2}}} \right|^2$$

Donc

$$I = \frac{1}{2} a_0^2 \left| \frac{e^{-j\frac{N}{2}\varphi} - e^{j\frac{N}{2}\varphi}}{2j} \frac{2j}{e^{-j\frac{\varphi}{2}} - e^{j\frac{\varphi}{2}}} \right|^2 = \frac{1}{2} a_0^2 \frac{\sin^2\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$



exercice  
de colle

### Exercice 5.21 Miroirs de Lloyd et de Fresnel

En 1839, H. Lloyd a montré qu'il était possible, par réflexion sur un miroir, de produire une seconde source lumineuse virtuelle cohérente à la première. Il observa les interférences entre la lumière incidente et la lumière réfléchie

<https://www.leybold-shop.fr/vp5-3-2-2.html>



Expérience avec le miroir de Lloyd à l'aide d'un laser He-Ne

#### 1) Miroirs de Lloyd

- 1.a) Où se situent les franges d'interférences avec ce dispositif?
- 1.b) Quelle est leur forme?
- 1.c) Calculer le déphasage entre les deux ondes pour un point situé sur un miroir. On fera intervenir deux sources secondaires, équivalentes aux trous de Young.
- 1.d) Quelle est la distance  $a$  entre les deux sources secondaires?
- 1.e) Montrer qu'il est très compliqué de mettre en œuvre expérimentalement ce dispositif.

Le miroir de Fresnel est constitué de deux miroirs partiels en verre acrylique de 29 mm x 45 mm. Les expériences requérant une incidence rasante, la réflexion est totale et le verre acrylique agit comme un miroir de surface. L'un des deux miroirs est fixé au boîtier, tandis que l'autre peut être incliné dans un angle d'environ  $-0,5^\circ$  à  $+2^\circ$ . Devant les miroirs se trouve un verre acrylique de protection qu'il n'est pas nécessaire de retirer pour effectuer les expériences. Cette protection évite de toucher les miroirs par mégarde. La barre de support présente un diamètre de 10 mm et sa longueur permet d'obtenir une hauteur standard de 150 mm pour le centre du miroir.

Incliné d'environ  $1$  à  $2^\circ$  par rapport au faisceau lumineux, le miroir de Fresnel est exploité avec une incidence rasante. La source lumineuse étant ajustée de telle sorte que les deux miroirs sont éclairés avec environ la même intensité, on peut régler l'inclinaison des deux faisceaux réfléchis en tournant la vis moletée (5).

[www.henschke-geraetebau.de/francais/Miroir-de-Fresnel.pdf](http://www.henschke-geraetebau.de/francais/Miroir-de-Fresnel.pdf)



On s'intéresse à deux miroirs de Fresnel  $M_1$  et  $M_2$  faisant un angle  $\theta$  entre eux. Ils sont éclairés par une source ponctuelle  $S$  derrière laquelle est placée une lampe monochromatique à vapeur de sodium ( $\lambda = 589$  nm).  $S$  se trouve à une distance  $R = 15$  cm du point  $O$ , appartenant aux deux miroirs,  $OS$  faisant un angle  $\alpha$  avec  $M_1$ .

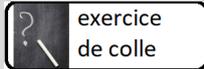
#### 2) Miroirs de Fresnel

On observe les interférences sur un écran placé à une distance  $D = 1,0$  m ( $D \gg R$ ), de  $O$ .

- 2.a) Quelle est la forme de ces franges?
- 2.b) Y a-t-il un déphasage supplémentaire  $\varphi_{sup}$  introduit par ce dispositif?
- 2.c) A quelles distances de  $O$  se trouvent les sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ ?
- 2.d) Que vaut l'angle  $(\vec{OS}_1, \vec{OS}_2)$ ?
- 2.e) En déduire la distance  $a = S_1S_2$ .
- 2.f) Quelle est l'interfrange  $i$ ?

On veut que l'interfrange soit, au moins  $i > i_{min} = 1,0$  mm.

- 2.g) Déterminer alors  $\theta_{max}$ , la valeur maximale de  $\theta$  en degrés, minutes et secondes d'arc.

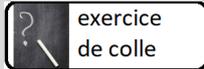


exercice  
de colle

### Exercice 5.22 Lentille trouée

On coupe une lentille convergente de focale  $f' = 20$  cm en retirant un cercle de rayon  $R = 5$  mm au niveau de son centre. On place une source de longueur d'onde  $\lambda = 546$  nm au foyer objet et l'écran dans le plan focal image. La lentille a une épaisseur en son centre  $e = 3$  mm.

- 1) Qu'observe-t-on ? Où sont les interférences ? Calculer la différence de marche.
- 2) Donner l'éclairement et l'ordre d'interférence.
- 3) Déterminer le rayon du plus gros et du plus petit anneau. Quel est le nombre d'anneaux observable ? Commenter.



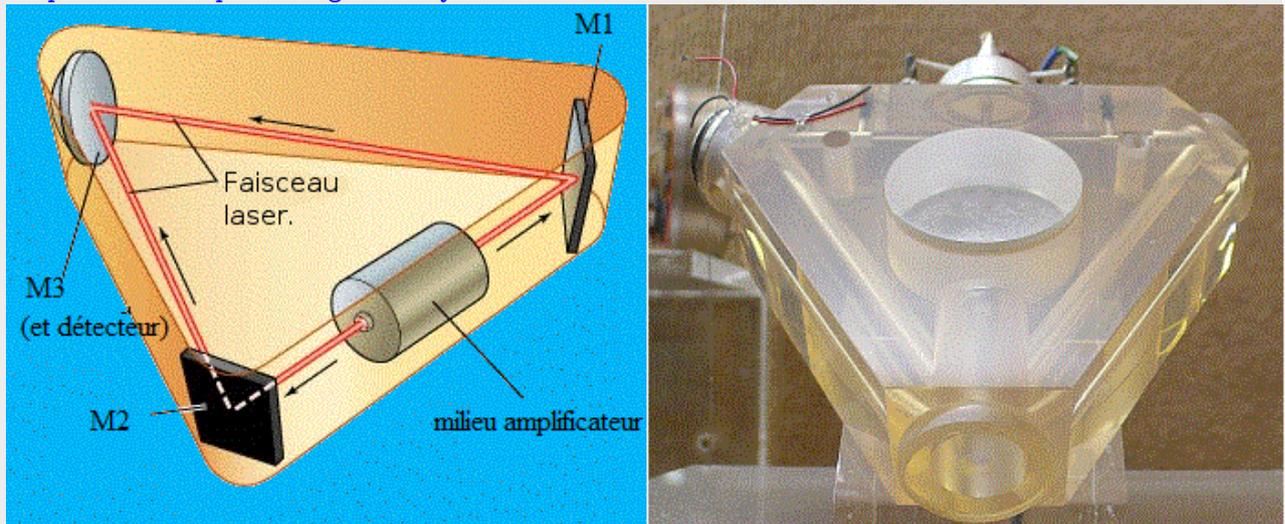
### Exercice 5.23 Gyrolaser

Le gyromètre laser est un capteur capable de mesurer une vitesse angulaire dans un plan. En associant trois gyromètres, il est possible de mesurer la vitesse angulaire d'un mobile dans l'espace. Cette mesure est utilisée dans les centrales à inertie qui équipent certains navires, avions, satellites, sous-marins.

Le gyromètre laser remplace les gyroscopes mécaniques utilisés précédemment et permet l'amélioration de la précision.

Le premier gyrolaser fut présenté aux États-Unis par Macek et Davis en 1963. La technologie a depuis été développée et industrialisée par un nombre restreint de sociétés autour du monde. Cette technologie est actuellement la technologie inertielle de haute performance la plus diffusée. Plus d'un million de gyrolasers sont utilisés dans le guidage inertielle et plusieurs centaines de milliers, en navigation inertielle.

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Gyrolaser>



Données :

- Le chemin total parcouru par un rayon si le gyrolaser est fixe est  $L = 33$  cm.
- Pour le milieu amplificateur de longueur  $\ell$ , l'indice optique est  $n = 1,0 + j\alpha$  avec  $\alpha = 2 \times 10^{-8}$ ; en dehors du milieu amplificateur  $n = 1$ .
- Les coefficients de réflexion en amplitude des miroirs sont  $r_1 = r_2 = -0,999$ ; et  $r_3 = -0,990$ .
- la longueur d'onde est  $\lambda = 633$  nm.
- $S = 5,2 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup> est la surface des miroirs.

#### 1) Etude du laser (pas de rotation)

On suppose le laser fixe dans un référentiel galiléen. Le laser fonctionne en mode continu, en régime permanent.

La vibration lumineuse pour une onde (1) en un point  $A$  de la cavité est

$$\underline{s}_1 = \underline{s}_0 \exp(j\omega t)$$

**1.a)** Pourquoi  $r_1$ ,  $r_2$  et  $r_3$  sont-ils négatifs? Pourquoi leurs modules sont-ils plus petits que 1? Pourquoi  $|r_3| < |r_1| = |r_2|$ ?

**1.b)** Déterminer l'expression de la vibration lumineuse  $\underline{s}_2$  pour l'onde (2) au même point  $A$  de la cavité après un tour.

**1.c)** On veut, pour la stabilité du laser, que  $\underline{s}_2 = \underline{s}_1$ . En déduire deux conditions puis calculer  $\ell$ .

#### 2) Etude du gyrolaser (en rotation)

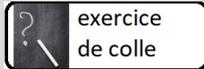
Le système est mis en rotation dans le sens trigonométrique à la vitesse  $\omega = 0,1$  rad·s<sup>-1</sup>, il est parcouru par des rayons dans les 2 sens. Le chemin parcouru vaut  $L \pm 2S\omega/c$ .

**2.a)** Montrer que la variation relative de chemin optique est infinitésimale.

**2.b)** Quel rayon voit son trajet augmenter?

**2.c)** Montrer qu'alors les fréquences des deux rayons laser changent. Commenter les relations trouvées pour les deux fréquences.

**2.d)** On place un capteur de temps de réponse  $10^{-6}$  s, sensible au carré de l'amplitude de l'onde en sortie du miroir 3, montrer comment ce dernier permet d'obtenir  $\omega$ .



exercice  
de colle

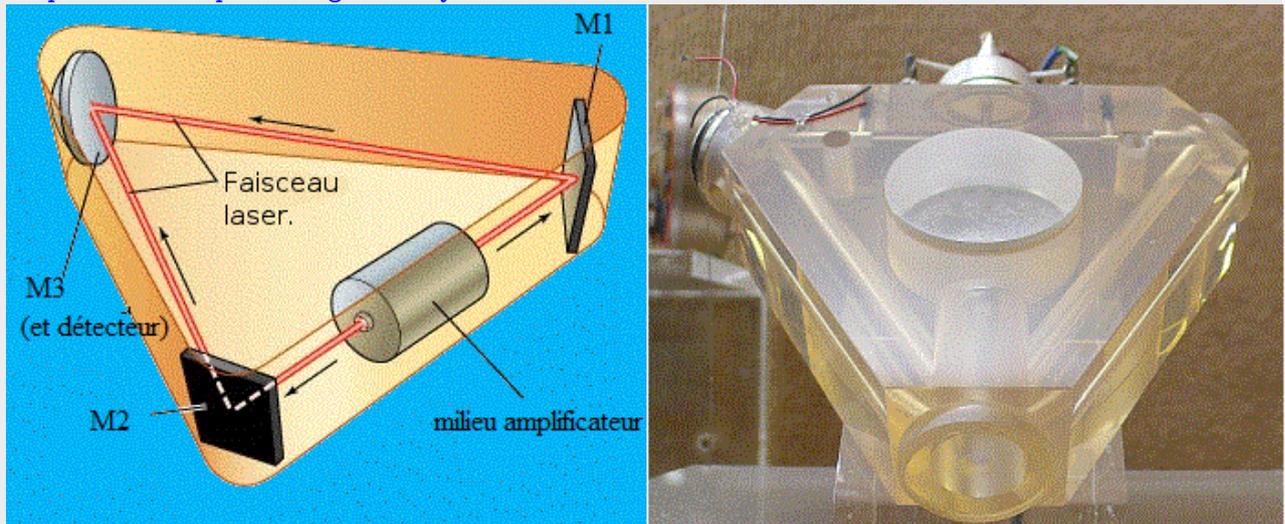
### Exercice 5.24 Gyrolaser

Le gyromètre laser est un capteur capable de mesurer une vitesse angulaire dans un plan. En associant trois gyromètres, il est possible de mesurer la vitesse angulaire d'un mobile dans l'espace. Cette mesure est utilisée dans les centrales à inertie qui équipent certains navires, avions, satellites, sous-marins.

Le gyromètre laser remplace les gyroscopes mécaniques utilisés précédemment et permet l'amélioration de la précision.

Le premier gyrolaser fut présenté aux États-Unis par Macek et Davis en 1963. La technologie a depuis été développée et industrialisée par un nombre restreint de sociétés autour du monde. Cette technologie est actuellement la technologie inertielle de haute performance la plus diffusée. Plus d'un million de gyrolasers sont utilisés dans le guidage inertielle et plusieurs centaines de milliers, en navigation inertielle.

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Gyrolaser>



Données :

- Le chemin total parcouru par un rayon si le gyrolaser est fixe est  $L = 33$  cm.
- Pour le milieu amplificateur de longueur  $\ell$ , l'indice optique est  $n = 1,0 + j\alpha$  avec  $\alpha = 2 \times 10^{-8}$ ; en dehors du milieu amplificateur  $n = 1$ .
- Les coefficients de réflexion en amplitude des miroirs sont  $r_1 = r_2 = -0,999$ ; et  $r_3 = -0,990$ .
- la longueur d'onde est  $\lambda = 633$  nm.
- $S = 5,2 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup> est la surface des miroirs.

#### 1) Etude du laser (pas de rotation)

On suppose le laser fixe dans un référentiel galiléen. Le laser fonctionne en mode continu, en régime permanent.

La vibration lumineuse pour une onde (1) en un point  $A$  de la cavité est

$$\underline{s}_1 = \underline{s}_0 \exp(j\omega t)$$

**1.a)** Pourquoi  $r_1$ ,  $r_2$  et  $r_3$  sont-ils négatifs? Pourquoi leurs modules sont-ils plus petits que 1? Pourquoi  $|r_3| < |r_1| = |r_2|$ ?

**1.b)** Déterminer l'expression de la vibration lumineuse  $\underline{s}_2$  pour l'onde (2) au même point  $A$  de la cavité après un tour.

**1.c)** On veut, pour la stabilité du laser, que  $\underline{s}_2 = \underline{s}_1$ . En déduire deux conditions puis calculer  $\ell$ .

#### 2) Etude du gyrolaser (en rotation)

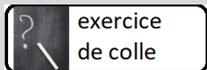
Le système est mis en rotation dans le sens trigonométrique à la vitesse  $\omega = 0,1$  rad·s<sup>-1</sup>, il est parcouru par des rayons dans les 2 sens. Le chemin parcouru vaut  $L \pm 2S\omega/c$ .

**2.a)** Montrer que la variation relative de chemin optique est infinitésimale.

**2.b)** Quel rayon voit son trajet augmenter?

**2.c)** Montrer qu'alors les fréquences des deux rayons laser changent. Commenter les relations trouvées pour les deux fréquences.

**2.d)** On place un capteur de temps de réponse  $10^{-6}$  s, sensible au carré de l'amplitude de l'onde en sortie du miroir 3, montrer comment ce dernier permet d'obtenir  $\omega$ .



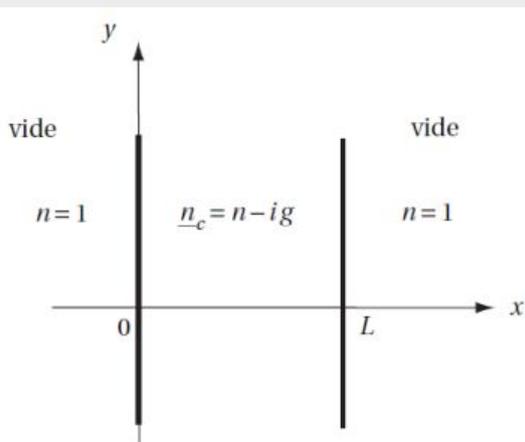
**Exercice 5.25**  
**Modélisation électromagnétique d'une diode laser**

Une diode laser est un composant opto-électronique à base de matériaux semi-conducteurs.

Elle émet de la lumière monochromatique cohérente (une puissance optique) destinée, entre autres, à transporter un signal contenant des informations sur de longues distances (dans le cas d'un système de télécommunications) ou à apporter de l'énergie lumineuse pour le pompage de certains lasers (lasers à fibre, laser DPSS) et amplificateurs optiques (OFA, Optical Fiber Amplifier). La diode laser est un composant essentiel des lecteurs et graveurs de disques optiques, dans ce cas elle émet le faisceau lumineux dont la réflexion sur le disque est détectée par une photodiode ou un phototransistor.

Elle trouve également son application dans les dispositifs électroniques de mesure de distance, de vitesse, de guidage et de pointage précis.

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Diode\\_laser](https://fr.wikipedia.org/wiki/Diode_laser).



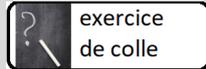
Un milieu amplificateur (diode laser) est située entre les plans d'abscisses  $x = 0$  et  $x = L = 0,5$  mm. Son indice est  $\underline{n}_c = n - ig$  avec  $g \ll n = 3,4$ .

À l'intérieur du milieu amplificateur, l'onde incidente se met sous la forme :

$$\vec{E}_i = E_0 \exp(i(kx - \omega t)) \vec{e}_y$$

On pose :  $k_0 = \omega/c$  et la longueur d'onde de l'onde dans le vide est  $\lambda_0 = 846$  nm.

- 1) Déterminer le champ électrique  $\underline{E}_2$  après deux réflexions sachant qu'à chaque réflexion il y a continuité du champ électromagnétique.
- 2) La condition d'accrochage est  $\underline{E}_2 = \underline{E}_i$ . Trouver deux conditions sur  $k_0$ . Calculer la valeur numérique de  $g$  et de l'écart  $\Delta f$  entre deux fréquences consécutives possibles de l'onde (intervalle spectral libre).
- 3) Donner l'expression du vecteur de Poynting.



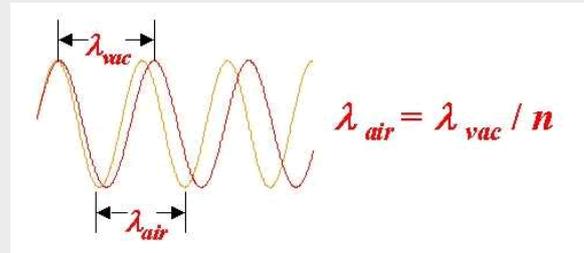
exercice  
de colle

### Exercice 5.26 Mesures interférométriques de l'indice d'un gaz

La connaissance précise de l'indice de l'air est importante pour différentes applications du laser. D'une part la présence de l'air affecte les mesures de longueurs d'onde en laboratoire qui exploitent la finesse spectrale des raies laser. D'autre part, les mesures de télémétrie sont fondées sur le temps de trajet d'un faisceau laser et doivent tenir compte de la propagation dans l'air.

La longueur d'onde  $\lambda_{air}$ , usuelle en spectroscopie, est celle de la radiation lumineuse se propageant dans l'air, mesurée au sol dans les conditions atmosphériques normales. La valeur de  $\lambda_{air}$  est différente de la longueur d'onde  $\lambda_{vac}$  que l'on déduit de l'énergie du photon  $h\nu$  par :  $\lambda_{vac} = c_0/\nu$  où  $c_0$  est la vitesse de la lumière dans le vide.

L'indice de l'air  $n$  qui nous entoure est égale à environ 1,0003. Dans l'air la vitesse de la lumière est  $c_{air} = c_0/n$  et la longueur d'onde devient  $\lambda_{air} = \lambda_{vac}/n$ . La différence en valeur relative est significative en spectroscopie.



Actuellement des équations très complètes sont élaborées pour modéliser précisément l'indice de l'air en fonction de la pression et de la température, en tenant compte des composants minoritaires (présence de  $CO_2$ , humidité) ainsi que de la dépendance en longueur d'onde (effet dispersif).

<http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/laser-indice-air.xml>

1) On éclaire un montage de fentes de Young  $S_1$  et  $S_2$  avec une lampe à vapeur de sodium de longueur d'onde  $\lambda = 589$  nm placée derrière une fente d'éclairage  $S$ .

On intercale sur le trajet de la lumière après  $S_2$  une cuve transparente de longueur intérieure  $l = 10$  cm.

On place un écran parallèlement à  $S_1S_2$ , à une distance grande devant  $S_1S_2$ .

Initialement la cuve est pleine d'air.

1.a) Que visualise-t-on dans le champ de recouvrement des faisceaux ?

Grâce à une pompe, on fait le vide dans la cuve. En un point  $M$  de l'écran on voit lors de l'opération défilier  $n_1$  franges.

1.b) Exprimer  $n_1$  en fonction de  $l$ ,  $\lambda$  et l'indice de l'air  $n_{air}$ .

On remplit maintenant la cuve par du gaz ammoniac  $NH_3$ . Le déplacement total des franges (par rapport à l'état où la cuve était remplie d'air) est de  $n_2 = 17$  franges.

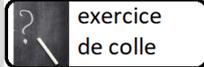
1.c) Déterminer la différence  $\Delta n$  des indices de l'air ( $n_{air}$ ) et de l'ammoniac ( $n_{NH_3}$ ). Application numérique.

2) On s'intéresse maintenant à un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air, éclairé par une lampe à vapeur de sodium, de longueur d'onde  $\lambda = 589$  nm.

2.a) Expliciter : le montage ; l'éclairage ; les réglages.

Sur chacun des bras, on place une cuve remplie d'air. Les deux cuves ont même longueur  $L = 2,9$  cm. On fait progressivement le vide dans l'une des cuves. On voit défilier  $30 \pm 1$  franges.

2.b) Déterminer  $n - 1$  où  $n$  est l'indice de l'air.

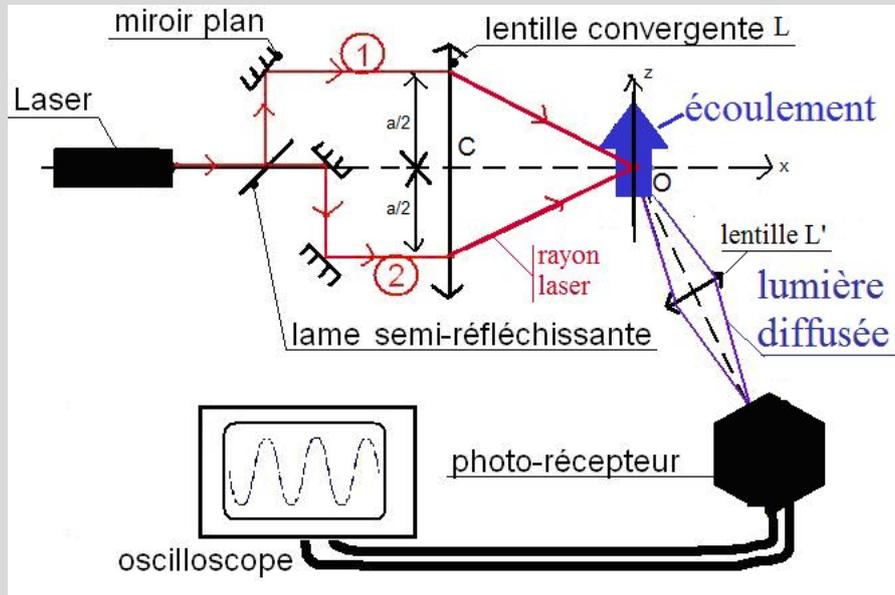


exercice  
de colle

### Exercice 5.27 La vélocimétrie laser

La vélocimétrie laser (ou anémométrie laser Doppler (LDA)) est une technique optique fondée sur la mesure du décalage en fréquence de faisceaux laser éclairant des particules très fines entraînées par un fluide (tel que l'air ou l'eau). Ainsi, en mesurant la vitesse des particules dans le fluide, on peut connaître la vitesse du fluide. *Article wikipédia.*

La figure suivante représente l'agencement des différents éléments expérimentaux qui seront étudiés dans cet exercice.

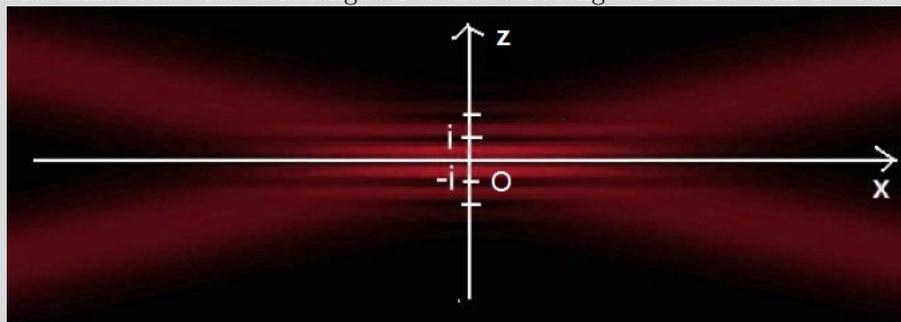


Le rayon d'un laser de longueur d'onde  $\lambda = 675 \text{ nm}$  est séparé par une lame semi-transparente en deux faisceaux qui suivent deux chemins optiques (1) et (2) de même valeur jusqu'à une lentille convergente (L) de centre C, de distance focale  $f'_0 = 20 \text{ cm}$ . Chacun des deux rayons (1) et (2) arrive sur (L) à une distance  $\frac{a}{2}$  de C ( $a = 1,8 \text{ cm}$ ).

Les deux faisceaux se superposent dans un tube de diamètre  $d = 28 \text{ mm}$  dans lequel circule un fluide de vitesse  $\vec{v} = v(r)\vec{u}_z$  (dans le repère cylindrique d'axe  $(Oz)$ ) entraînant avec lui des particules diffusantes de même vitesse.

La lumière diffusée est focalisée par une lentille convergente (L') sur un photo récepteur inclus dans un montage électronique qui permet de visualiser une tension proportionnelle à la puissance lumineuse diffusée.

On assimilera les milieux au vide et la longueur d'onde à la longueur d'onde dans le vide.



1) Pourquoi y a-t-il interférence au voisinage du point O (cf. figure précédente) ?

2) Comment appelle-t-on la zone dans laquelle existent ces interférences ?

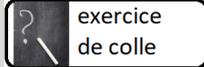
3) Déterminer l'expression de l'interfrange  $i$ .

Une particule diffusante de vitesse  $\vec{v} = v\vec{e}_z$  arrive au voisinage de O.

4) Pourquoi la lumière diffusée est-elle modulée au cours du temps ? Quelle est le temps caractéristique  $\Delta t$  de cette modulation ?

Une onde lumineuse incidente de fréquence  $f$  et de longueur d'onde  $\lambda$ , de vecteur directeur unitaire  $\vec{e}_i$  qui rencontre une particule de vitesse  $\vec{v}$  est diffusée dans la direction de vecteur directeur unitaire  $\vec{e}_d$  avec une fréquence  $f_d = f + \Delta f_D$  où  $\Delta f_D = \frac{1}{\lambda} \vec{v} \cdot (\vec{e}_d - \vec{e}_i)$  est le décalage de fréquence par effet Doppler.

5) En déduire que la fréquence de la modulation d'intensité est le décalage de fréquence par effet Doppler.

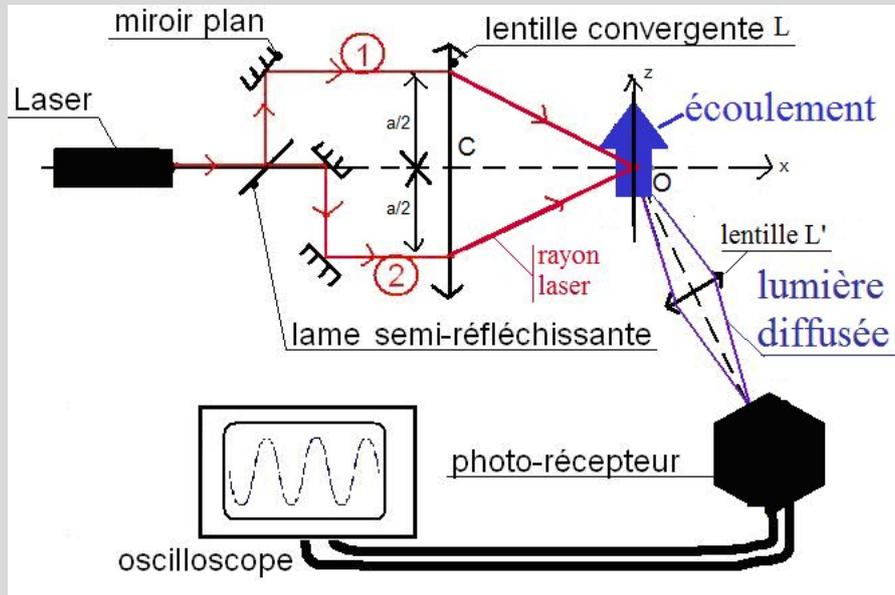


exercice  
de colle

### Exercice 5.28 La vélocimétrie laser

La vélocimétrie laser (ou anémométrie laser Doppler (LDA)) est une technique optique fondée sur la mesure du décalage en fréquence de faisceaux laser éclairant des particules très fines entraînées par un fluide (tel que l'air ou l'eau). Ainsi, en mesurant la vitesse des particules dans le fluide, on peut connaître la vitesse du fluide. *Article wikipédia.*

La figure suivante représente l'agencement des différents éléments expérimentaux qui seront étudiés dans cet exercice.

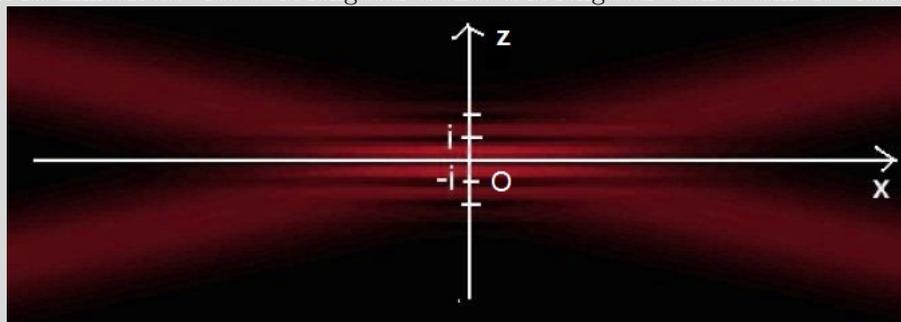


Le rayon d'un laser de longueur d'onde  $\lambda = 675 \text{ nm}$  est séparé par une lame semi transparente en deux faisceaux qui suivent deux chemins optiques (1) et (2) de même valeur jusqu'à une lentille convergente (L) de centre C, de distance focale  $f'_0 = 20 \text{ cm}$ . Chacun des deux rayons (1) et (2) arrive sur (L) à une distance  $\frac{a}{2}$  de C ( $a = 1,8 \text{ cm}$ ).

Les deux faisceaux se superposent dans un tube de diamètre  $d = 28 \text{ mm}$  dans lequel circule un fluide de vitesse  $\vec{v} = v(r)\vec{u}_z$  (dans le repère cylindrique d'axe  $(Oz)$ ) entraînant avec lui des particules diffusantes de même vitesse.

La lumière diffusée est focalisée par une lentille convergente (L') sur un photo récepteur inclus dans un montage électronique qui permet de visualiser une tension proportionnelle à la puissance lumineuse diffusée.

On assimilera les milieux au vide et la longueur d'onde à la longueur d'onde dans le vide.



1) Pourquoi y a-t-il interférence au voisinage du point O (cf. figure précédente) ?

2) Comment appelle-t-on la zone dans laquelle existent ces interférences ?

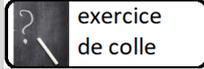
3) Déterminer l'expression de l'interfrange  $i$ .

Une particule diffusante de vitesse  $\vec{v} = v\vec{e}_z$  arrive au voisinage de O.

4) Pourquoi la lumière diffusée est-elle modulée au cours du temps ? Quelle est le temps caractéristique  $\Delta t$  de cette modulation ?

Une onde lumineuse incidente de fréquence  $f$  et de longueur d'onde  $\lambda$ , de vecteur directeur unitaire  $\vec{e}_i$  qui rencontre une particule de vitesse  $\vec{v}$  est diffusée dans la direction de vecteur directeur unitaire  $\vec{e}_d$  avec une fréquence  $f_d = f + \Delta f_D$  où  $\Delta f_D = \frac{1}{\lambda} \vec{v} \cdot (\vec{e}_d - \vec{e}_i)$  est le décalage de fréquence par effet Doppler.

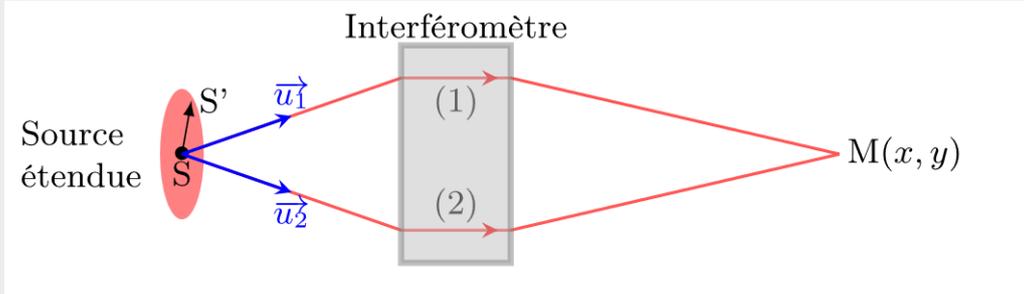
5) En déduire que la fréquence de la modulation d'intensité est le décalage de fréquence par effet Doppler.



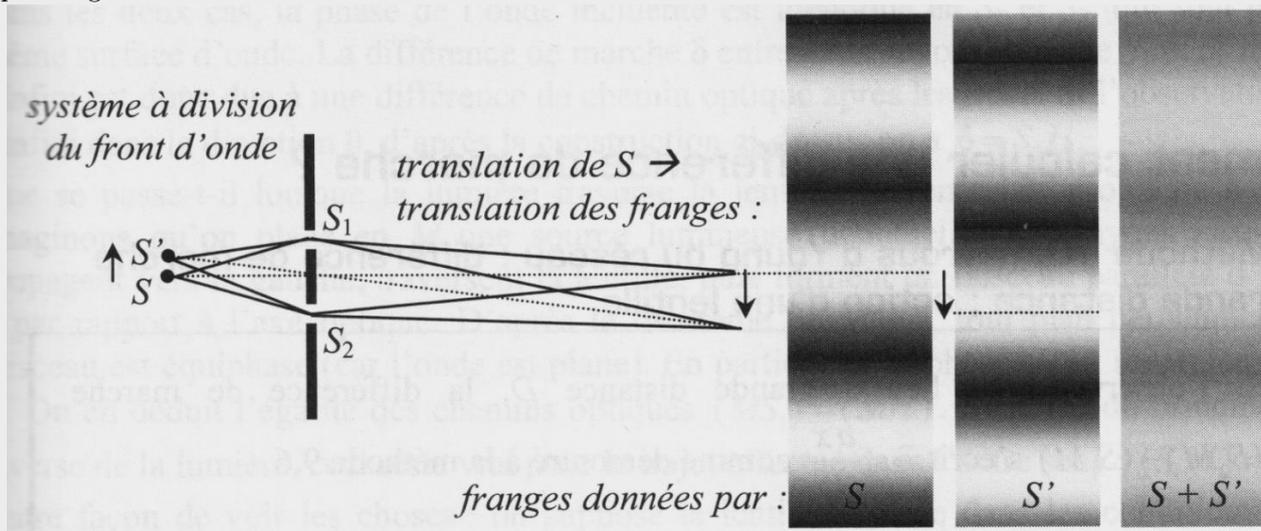
### Exercice 5.29 Cohérence spatiale

Tous les expérimentateurs le savent : il n'est pas si aisé d'observer des franges d'interférence en optique. En effet, les ondes lumineuses sont souvent le siège de fluctuations aléatoires qui produisent une dégradation du contraste, voire un brouillage complet. On parle alors de cohérence partielle et d'incohérence.

Le modèle de la source ponctuelle est une idéalisation ; en réalité le signal délivré par un interféromètre résulte de la superposition d'ondes provenant de différents points d'une source étendue. Le degré de cohérence va de fait dépendre de la corrélation entre des ondes spatialement distincts. On parle alors de cohérence spatiale.



L'extension de la source produit une dégradation, voire un brouillage de la figure d'interférence. De cette perte de contraste on peut en déduire des propriétés de la source elle-même, comme on le pratique couramment en astronomie. Toutefois, il ne faudrait pas conclure hâtivement que l'élargissement d'une source nuit systématiquement à la qualité de l'interférogramme. Nous allons voir que dans certains cela améliore sa luminosité sans perte significative de contraste.



<https://femto-physique.fr/optique/coherence>

On considère deux points sources très proches :  $S$  et  $S_0$ . On admet que tous les rayons lumineux qui passent par la voie 1 (respectivement la voie 2) d'un interféromètre passent par  $P_1$  (respectivement  $P_2$ ).

$\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  sont des vecteurs normés dans les directions de  $P_1$  et  $P_2$  :  $\vec{u}_1 = \frac{S_0 P_1}{S_0 P_1}$  et  $\vec{u}_2 = \frac{S_0 P_2}{S_0 P_2}$ .

$\delta\Delta = \Delta(S_0) - \Delta(S)$  est la différence de différence de marche entre les deux points sources pour aller en  $M$  suivant les deux voies de l'interféromètre.

1) En utilisant la formule des interférences pour une source monochromatique (de longueur d'onde  $\lambda$ ), donner une condition approximative sur  $\delta\Delta$  pour que les interférences ne soient pas brouillées.

2) Faire un développement limité au premier ordre de  $\delta\Delta$ .

3) Applications : donner  $\delta\Delta$  dans les cas suivants :

3.a) Trous et fentes de Young : pourquoi utilise-t-on plutôt des fentes que des trous ?

3.b) Interférences localisées à distance finie : interféromètre de Michelson en coin d'air.

3.c) Interférences localisées à l'infini : interféromètre de Michelson en lame d'air.