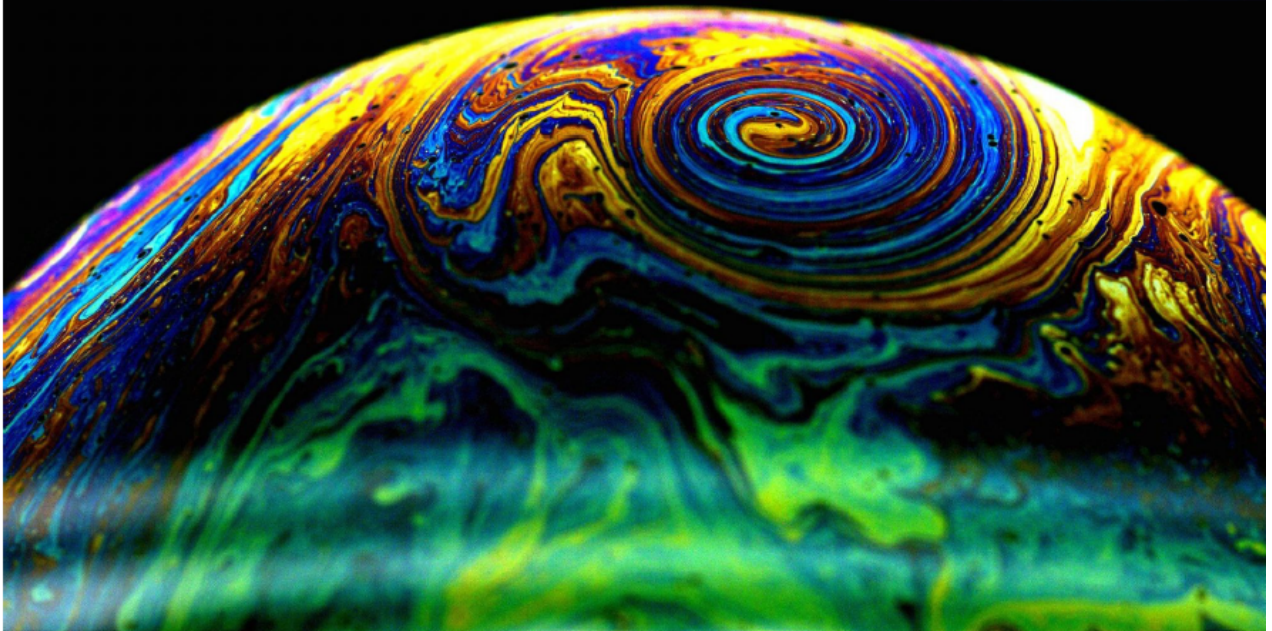
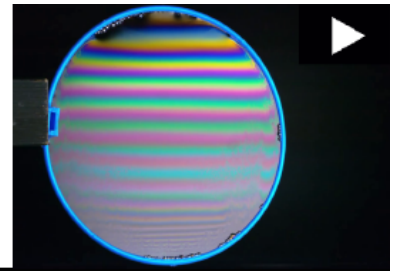
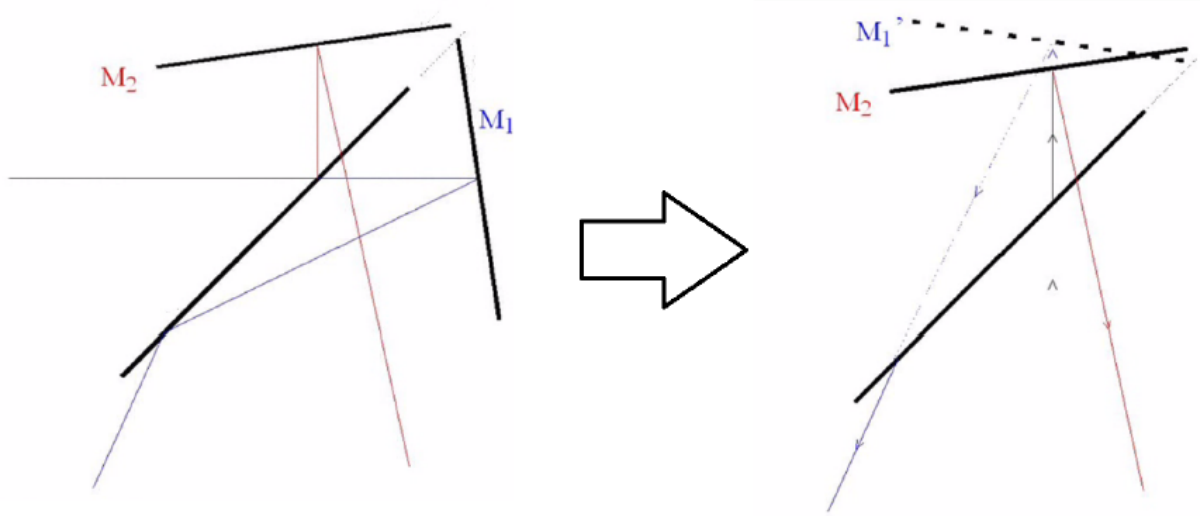


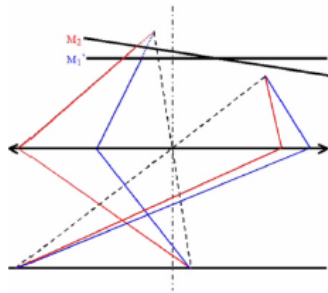
Pourquoi les bulles de savon sont-elles colorées?



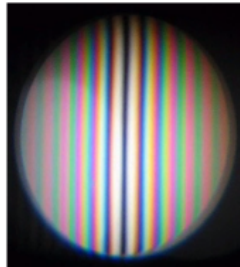
► comprendre l'interféromètre de Michelson avec un laser



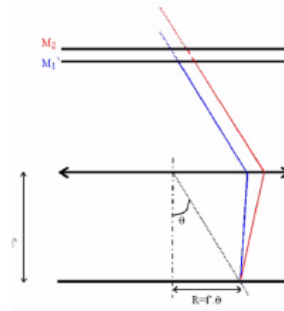
► déterminer les fonctionnements avec une source large



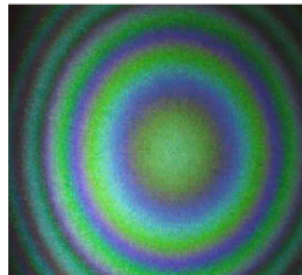
coin d'air



et



lame d'air



2

► lister les applications de l'interféromètre de Michelson



Interféromètre de Michelson

Les points du cours à connaître

I- L'interféromètre de Michelson éclairé par un laser HeNe



Principe du michelson *vidéo*

le principe du michelson. On peut réaliser facilement un michelson pour les ondes centimétriques.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.



Vue de l'interféromètre de Michelson *schéma*

La figure 1 représente une vue de l'interféromètre de Michelson.

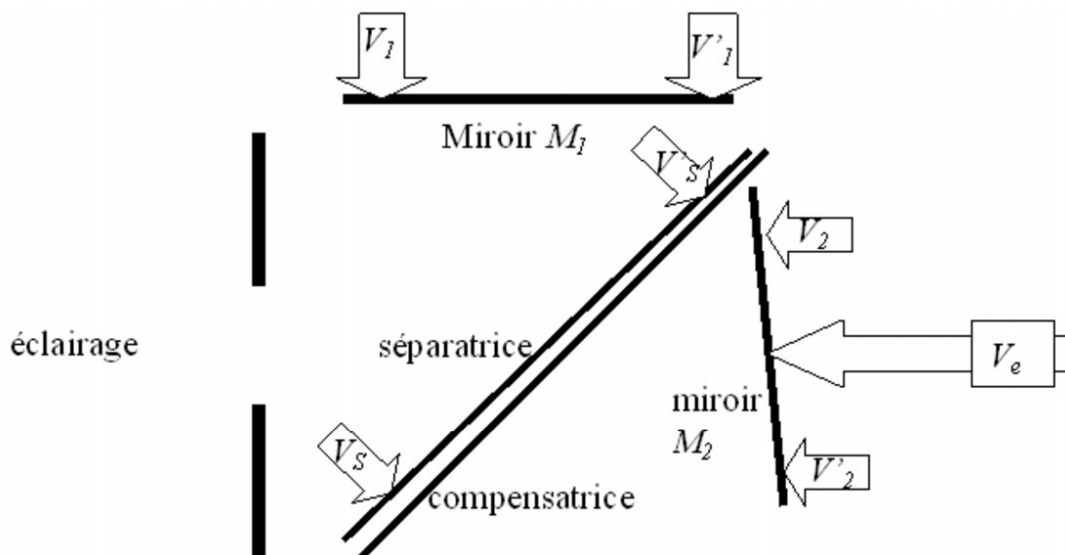


FIGURE 1 – Vue de l'interféromètre de Michelson

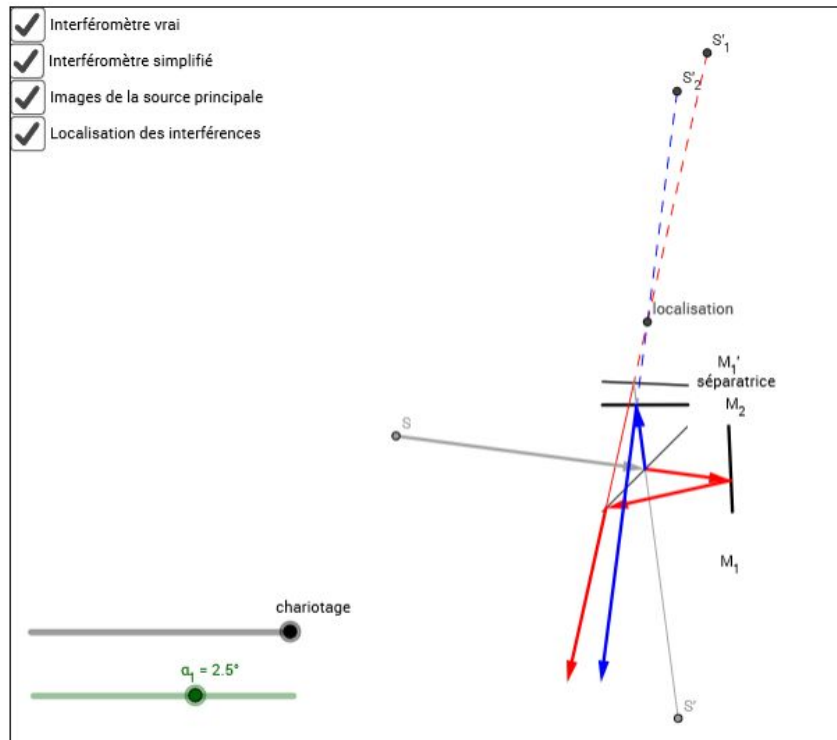


Caractéristiques de l'interféromètre de Michelson *à retenir*

Une lame séparatrice permet d'avoir des intensités identiques sur les deux bras de l'interféromètre, et ainsi un contraste maximum (égal à 1).

Une lame compensatrice permet de compenser la différence de marche introduite par la lame séparatrice et ainsi de symétriser les deux bras de l'interféromètre.

Principe de l'interféromètre de Michelson *animation*



le tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson : du "vrai" michelson au michelson "simplifié".

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site alain.lerille.free.fr.

1 Interféromètre de Michelson éclairé par un laser *théorème*

On peut éclairer l'interféromètre de Michelson par un laser hélium néon. Il s'agit d'une source ponctuelle. Afin de ramener cette source ponctuelle à distance finie, on utilise un objectif de microscope.

Tous les dispositifs interférométriques à division du front d'onde déjà présentés (trous d'Young, miroirs de Fresnel, etc) imposent une visualisation sur un écran parallèle aux sources S_1 et S_2 . Ainsi, on ne peut observer que des franges rectilignes. Avec l'interféromètre de Michelson éclairé par un laser hélium néon, il en va tout autrement.

Si les deux miroirs équivalents du michelson sont assez éloignés, l'écran d'observation est presque orthogonal à S_1S_2 et les franges sont quasi-circulaires.

Dans le cas du coin d'air, où les deux miroirs équivalents du michelson sont presque superposés mais font un petit angle, l'écran d'observation est alors parallèle à S_1S_2 , et les franges sont rectilignes. \Rightarrow

Eclairé par un laser, l'interféromètre de Michelson est un interféromètre à division du front d'onde : les interférences sont non localisées.

Les franges sont circulaires ou rectilignes ou tout état intermédiaire entre les deux.

Effet du chariotage sur la position des sources secondaires dans un interféromètre de Michelson éclairé par une source ponctuelle *schéma*

La figure 2 représente En jouant sur la distance entre les deux miroirs, on déplace S_1 et S_2 !

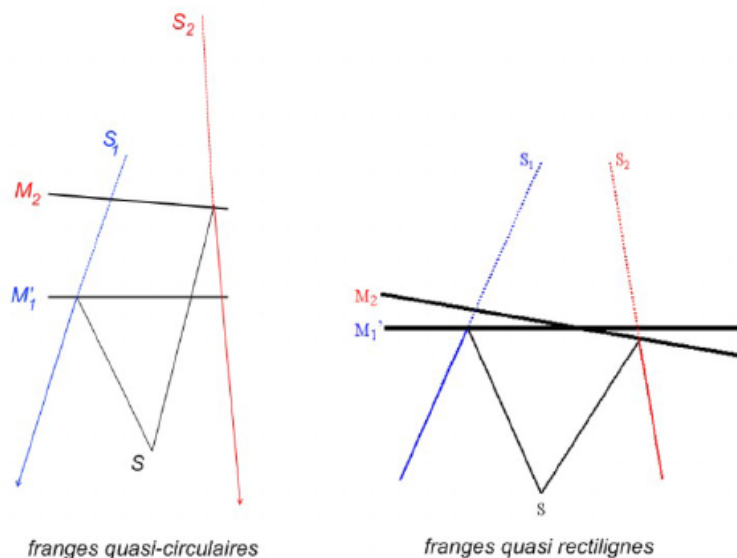


FIGURE 2 – Effet du chariotage sur la position des sources secondaires dans un interféromètre de Michelson éclairé par une source ponctuelle

Effet du chariotage dans l’interféromètre de Michelson *animation*

La visualisation des interférences créées par un laser avec un objectif de microscope offre donc un bon critère visuel de proximité des miroirs : en rendant les franges le plus rectilignes possible, on se rapproche du contact optique.

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site alain.lerille.free.fr.

Interféromètre de Michelson éclairé par un laser hélium-néon *vidéo*

le michelson éclairé par un laser hélium-néon. Ce laser permet d’éclairer le michelson avec une source ponctuelle monochromatique.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.

II- L’interféromètre de Michelson éclairé par une source large

1. L’interféromètre de Michelson utilisé en coin d’air

Tracé des rayons lumineux provenant de l’interféromètre de Michelson utilisé en coin d’air *animation*

La figure 3 représente le tracé des rayons lumineux provenant de l’interféromètre de Michelson utilisé en coin d’air..

Vous pouvez retrouver le schéma animé sur le site alain.lerille.free.fr.

Localisation des interférences pour l’interféromètre de Michelson éclairé par une source large réglé en coin d’air *à retenir*

L’interféromètre de Michelson éclairé par une source large est un interféromètre à division d’amplitude. Les interférences sont donc localisées.

Dans le cas où le michelson est utilisé en coin d’air, les rayons semblent provenir de la proximité du coin d’air : on dit que les interférences sont localisées sur le coin d’air.

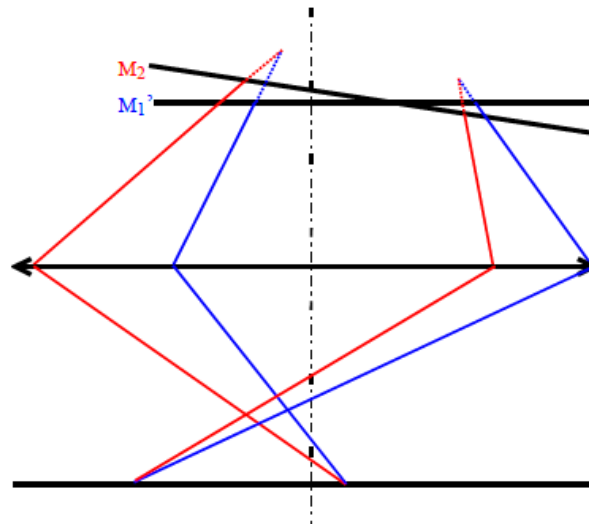


FIGURE 3 – Tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air

Pour mieux les voir, on forme l'image de ce coin d'air (c'est à dire en gros des miroirs) sur un écran grâce à une lentille convergente.

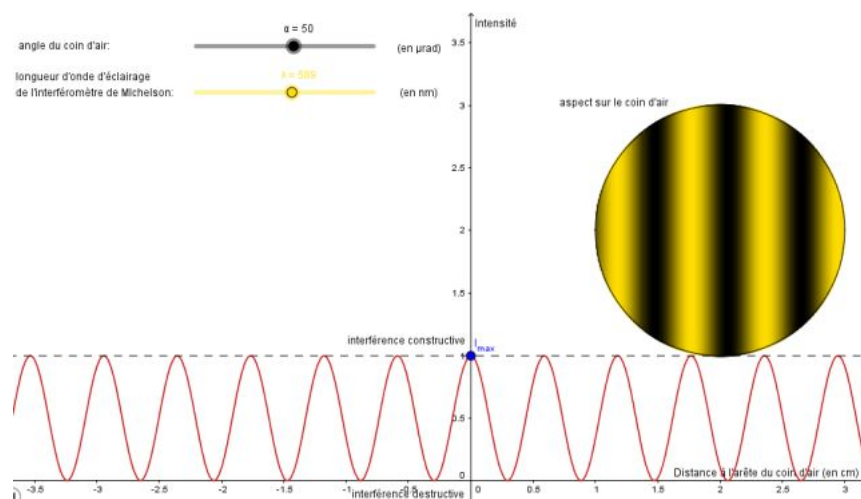
♥ Différence de marche en coin d'air à retenir

On repère la position sur le coin d'air avec l'abscisse x comptée à partir de l'arête du coin d'air. Si ce coin d'air fait un angle α (faible), l'écart entre les deux miroirs en x est $e(x) = \alpha \cdot |x|$. On visualise le coin d'air avec une lentille convergente, le montage ayant un grandissement γ . La différence de marche vaut $\Delta = 2.e(x) = 2.\alpha.x$. L'interfrange observé sur l'écran est donc $i = \gamma \frac{\lambda}{2.\alpha}$.

♥ Forme des franges en coin d'air à retenir

Les franges créées par l'interféromètre de Michelson en coin d'air sont rectilignes ("franges d'égale épaisseur"), parallèles à l'arête du coin d'air. Elles sont d'autant plus rapprochées que l'angle du coin d'air est plus grand.

👁 Franges d'égale épaisseur animation



La position des franges rectilignes dépend de la longueur d'onde et de la position sur les miroirs.

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site alain.lerille.free.fr.



Interféromètre de Michelson en coin d'air éclairé par une source à vapeur de mercure *vidéo*

le michelson en coin d'air éclairé par une source à vapeur de mercure.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.



Passage du coin d'air à la lame d'air *s'y retrouver*

Si on veut passer en lame d'air, il s'agit de rendre nul l'angle du coin d'air, c'est à dire d'éloigner le plus possible les franges rectilignes visualisées en coin d'air.

2. L'interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air



Interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air *animation*

La figure 4 représente le tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air..

Vous pouvez retrouver le schéma animé sur le site alain.lerille.free.fr.

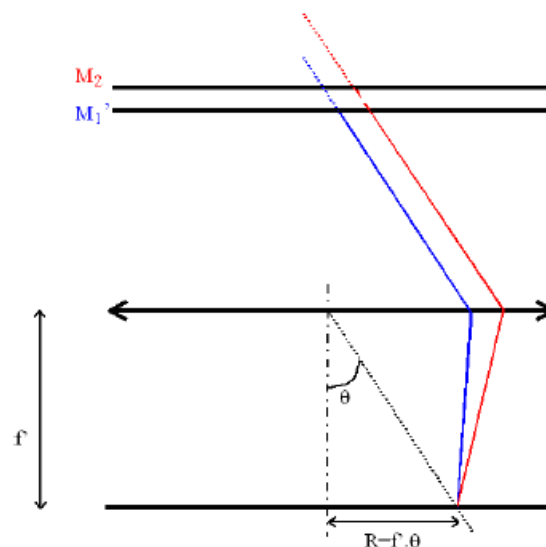


FIGURE 4 – Interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air



Localisation des interférences pour un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air éclairé par une source large *à retenir*

L'interféromètre de Michelson éclairé par une source large est un interféromètre à division d'amplitude. Les interférences sont donc localisées. Dans le cas où le michelson est utilisé en lame d'air à faces parallèles, les rayons semblent provenir de l'infini : on dit que les interférences sont localisées à l'infini. Pour mieux les voir, on forme l'image de l'infini sur un écran grâce à une lentille convergente (c'est à dire qu'on observe les

franges dans son plan focal).

2 Différence de marche en lame d'air *théorème*

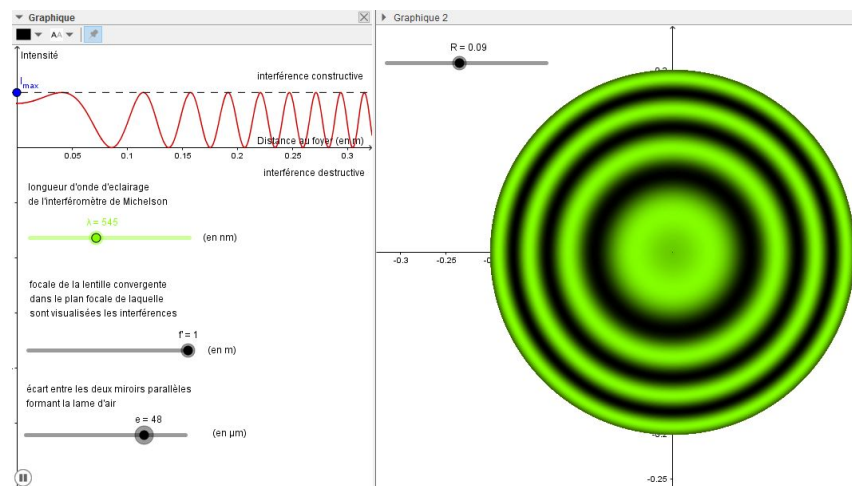
On s'intéresse aux deux miroirs parallèles distants de e . On repère la position sur l'écran à partir du foyer F' avec le rayon r . Si la focale de la lentille est f' , $\theta = \frac{r}{f'}$ est l'angle que font les rayons qui vont interférer avec l'axe optique. La différence de marche en r vaut $\Delta = 2.e. \cos \theta \Rightarrow$

La différence de marche vaut $\Delta = 2.e. \cos \theta = 2.e \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)$ où $\theta = \frac{r}{f'}$ est l'angle que font les rayons qui vont interférer avec l'axe optique.

Forme des franges en lame d'air à retenir

Les franges créées par l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air sont circulaires ("franges d'égale inclinaison"), de centre le foyer image de la lentille.

Franges d'égale inclinaison animation



La position des anneaux dépend de la longueur d'onde et de l'écart entre les miroirs. Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site alain.lerille.free.fr.

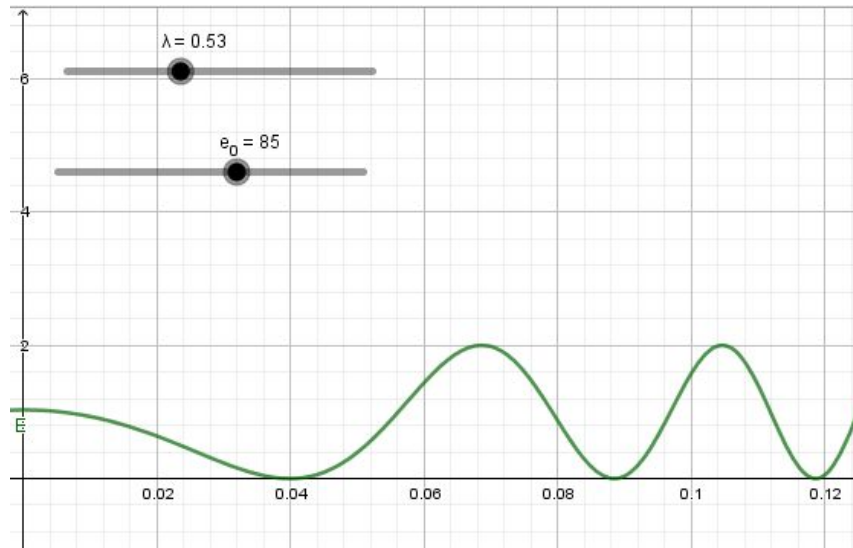
Inteféromètre de Michelson en lame d'air éclairé par une source à vapeur de mercure. vidéo

le michelson en lame d'air éclairé par une source à vapeur de mercure.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.



Evolution des franges lors du chariotage : *animation*



A mesure que l'on s'éloigne de la teinte plate, les anneaux apparaissent au centre et s'éloignent. Leur nombre augmente.

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site alain.lerille.free.fr.



Contact optique *définition*

Le contact optique de l'interféromètre de Michelson correspond au cas où les deux miroirs sont superposés. On visualise alors une "teinte plate".



Se rapprocher ou non du contact optique *s'y retrouver*

Moins il y a de franges circulaires, plus on est proche de la teinte plate ($e = 0$).

III- Applications de l'interféromètre de Michelson



Cas d'un doublet *s'y retrouver*

Dans le cas d'un doublet, il s'agit de sommer les intensités lumineuses déterminées pour chaque longueur d'onde (données par la formule de Fresnel).



Interféromètre de Michelson éclairé par la lampe à vapeur de sodium *vidéo*

On peut utiliser le michelson en tant que spectroscopie. Par exemple, s'il est éclairé par une lampe à vapeur de sodium, on observe des battements : les positions des miroirs correspondant à un contraste nul des interférences donne une mesure de l'écart entre les deux raies du doublet du sodium !

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.

Spectre d'une frange créée par le michelson éclairé en lumière blanche *animation*

Le spectre d'une frange créée par le michelson éclairé en lumière blanche présente un certain nombre de cannelures pour lesquelles la longueur d'onde est absente. Le nombre de cannelures augmente à mesure que la différence de marche augmente.

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site alain.lerille.free.fr.

Interféromètre de Michelson éclairé en lumière blanche *vidéo*

On observe les franges rectilignes créées par le michelson éclairé en lumière blanche en coin d'air et le spectre d'une de ces franges.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site alain.lerille.free.fr.

Spectre cannelé *définition*

L'ordre d'interférence $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda}$ dépend de la longueur d'onde λ . Aussi, en un endroit M donné du plan d'observation, l'interférence peut elle être constructive pour certaines longueurs d'ondes et destructives pour d'autres.

Le spectre de la lumière en M possède des cannelures, endroits sombres du spectre pour lesquels il y a interférence destructive.

La présence de certaines couleurs et l'absence d'autres couleurs dans le spectre en M donne un aspect coloré à la frange en M .

Blanc d'ordre supérieur *définition*

Dans le cas où le spectre cannelé de la lumière en M présente de très nombreuses cannelures, aucune couleur n'est discernée par l'œil.

Il s'agit d'un blanc dont le spectre n'est pas celui de la lumière blanche : on parle de "blanc d'ordre supérieur".

Comme aucune frange n'est visible, les interférences sont brouillées.

Interprétation des couleurs interférentielles *schéma*

La figure 5 représente Si δ est faible, les franges sont colorées, le spectre comporte peu de cannelures.

Si $|\delta| > \ell_c$, il y a brouillage (blanc d'ordre supérieur), le spectre comporte de nombreuses cannelures.

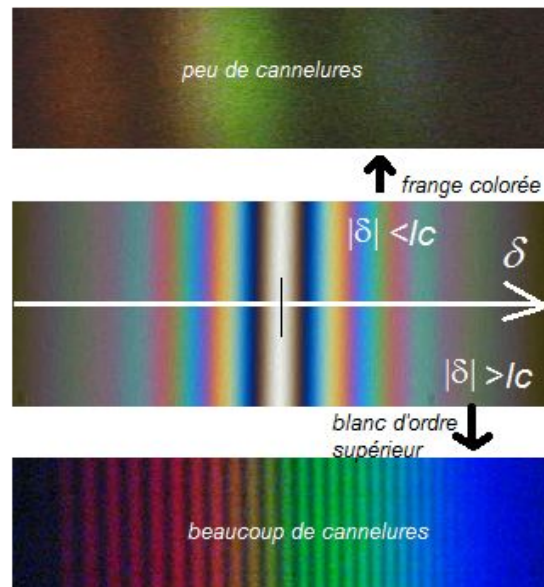
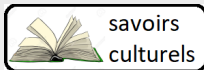


FIGURE 5 – Interprétation des couleurs interférentielles



Valeurs numériques (compléments) Interféromètre de Michelson

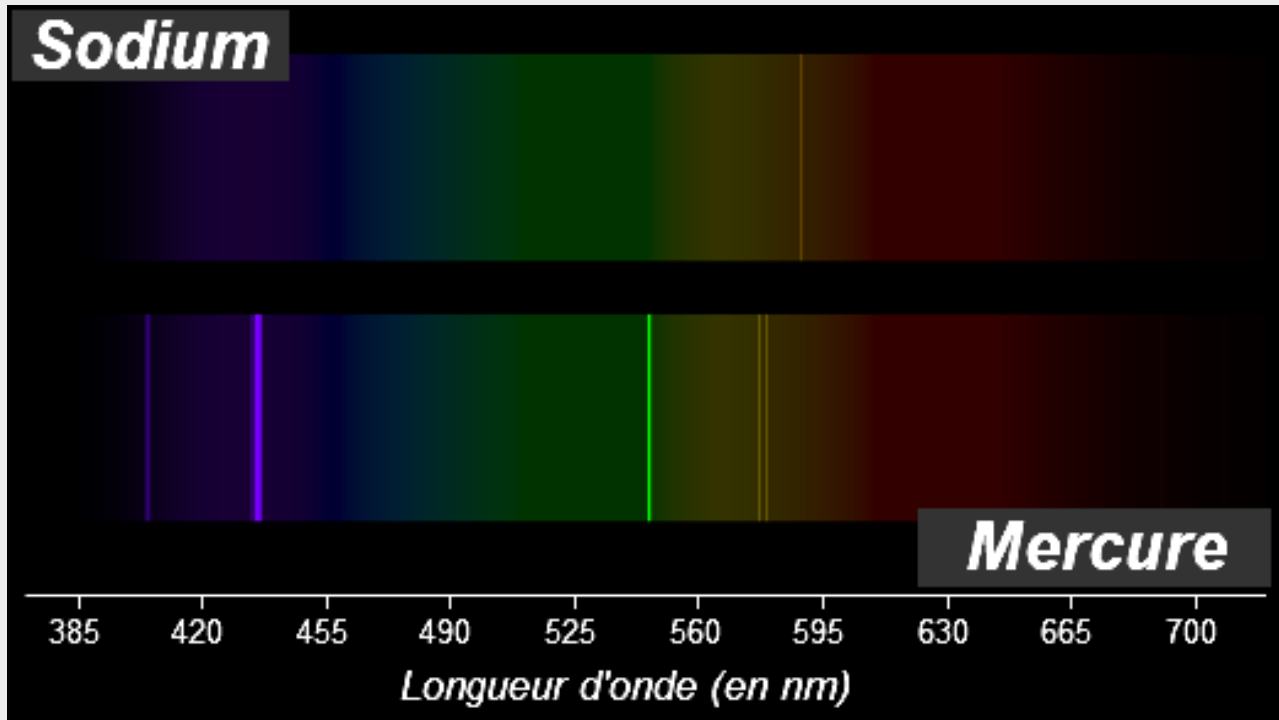
Angle du coin d'air

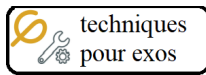
- visibilité des franges (de taille ≈ 100 nm) : $\alpha > 2,5 \times 10^{-3}$ mrad ;
- réglage à l'œil : $\alpha \approx 1' \approx 3 \times 10^{-4}$ rad ;
- réglage en lame d'air (une seule frange de largeur tout le miroir ≈ 3 cm) : $\alpha \approx 8 \times 10^{-6}$ rad.

Longueurs de cohérence temporelle

- lumière blanche : $l_c \approx 1 \mu\text{m}$;
- lumière blanche filtré par un filtre interférentiel : $l_c \approx 50 \mu\text{m}$;
- raie verte du mercure : $l_c \approx 6$ mm ;
- raie du laser HeNe : $l_c \approx 1$ m.

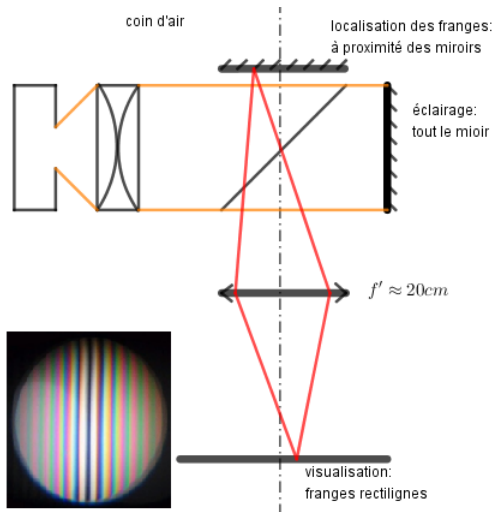
Spectres de lampes à vapeur





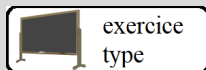
Techniques pour passer du cours aux exercices (à maîtriser)

Michelson en coin d'air



Si le michelson est réglé en configuration « coin d'air » :

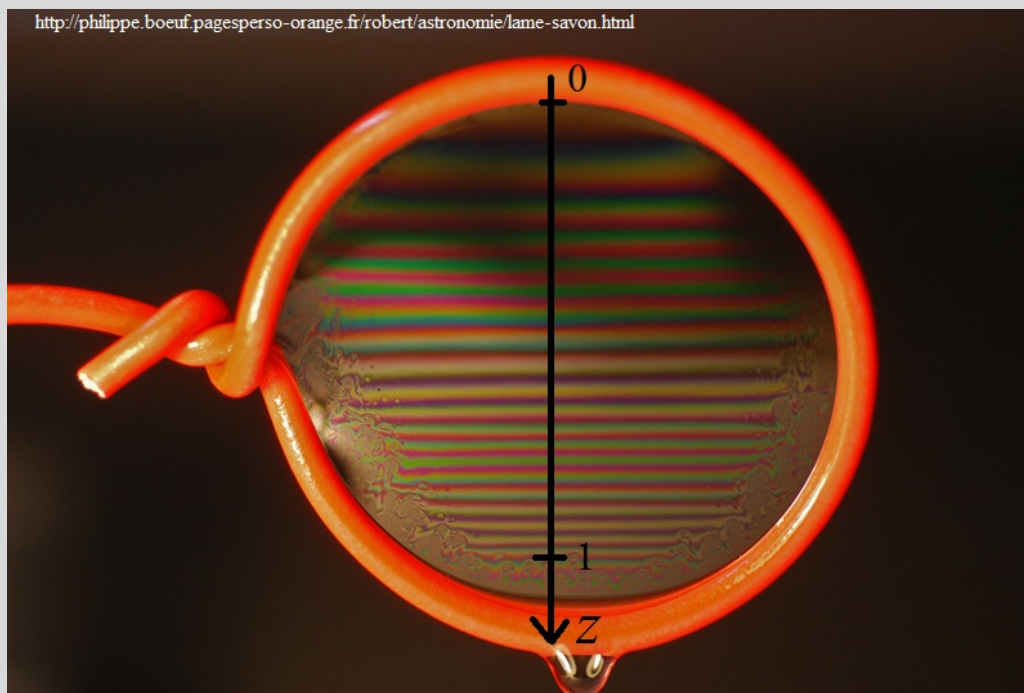
- l'éclairage doit être peu convergent pour éclairer la totalité des miroirs ;
- les interférences sont localisées sur le coin d'air (il faut les visualiser à l'œil nu en accommodant ou en formant l'image du coin d'air avec une lentille convergente de faible focale ≈ 20 cm),
- la différence de marche vaut deux fois l'écart entre les miroirs ($\delta = 2e(x) = 2\alpha x$) ;
- les franges sont rectilignes (parallèles à l'arête du coin d'air), d'autant plus resserrées que l'angle α du coin d'air est plus petit ($i = \lambda/(2\alpha)$) : on parle de « franges d'égale épaisseur » ou de « franges de Fizeau ».



Exercice 7.1 (le prof fait cet exercice type jeudi)

Utilisation de l'interféromètre de Michelson en configuration coin d'air

On s'intéresse à une bulle de savon qui flotte dans l'air, qu'on assimilera à une pellicule d'eau savonneuse d'épaisseur e , et d'indice $n = 1,33$. Elle est éclairée perpendiculairement par un faisceau de lumière blanche, dont on observe la réflexion.



1) Calculs généraux :

- Déterminer la condition pour qu'il y ait interférence constructive sur λ , n et e .
- Faire de même pour qu'il y ait interférence destructive.

2) Applications :

On observe des interférences constructives pour $\lambda_1 = 600$ nm et des interférences destructives pour $\lambda_2 = 450$ nm. On n'observe pas de minimum d'intensité entre ces deux valeurs.

2.a) En déduire son épaisseur e supposée uniforme.

Sous l'effet de la gravité, l'eau savonneuse s'écoule et le film s'amincit, au sommet de la bulle en premier.

2.b) Quelle est la couleur au sommet de la bulle juste avant qu'elle n'éclate ?

1) Calculs généraux :

1.a) $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2.n.e + \pi$ Interférence constructive si $\Delta\varphi = p.2.\pi$ avec $p \in \mathbf{Z}$, soit $4.n.e = (2.p - 1) .\lambda$.

1.b) Interférence destructive si $\Delta\varphi = p.2.\pi + \pi$ avec $p \in \mathbf{Z}$, soit $4.n.e = 2.p.\lambda$.

2) Applications :

2.a) $4.n.e = (2.p - 1) .\lambda_1$ et $4.n.e = 2.p.\lambda_2$ (avec le même ordre p , car on n'observe pas de minimum d'intensité entre ces deux valeurs). On en déduit $4.n.e = \left(\frac{4.n.e}{\lambda_2} - 1\right) .\lambda_1$, soit : $4.n.e. \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - 1\right) = \lambda_1$, donc

$$e = \frac{\lambda_1.\lambda_2}{4.n.(\lambda_1 - \lambda_2)} = 338nm$$

2.b) Juste avant que la bulle n'éclate, $e = 0$, on a une interférence destructive ($p = 0$), et ceci pour toute longueur d'onde donc la couleur est noire.



Exercice 7.2 pour s'entraîner Michelson en coin d'air

On s'intéresse à un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air, l'angle entre les deux miroirs étant θ . On observe les interférences créées par une lampe monochromatique large (de longueur d'onde λ) grâce à une lentille convergente de focale f' placée à une distance l_1 des miroirs.

1) Comment éclairer les miroirs ?

2) Localisation des interférences :

2.a) Les interférences sont-elles localisées ?

2.b) Où ?

2.c) Où les observe-t-on grâce à la lentille (on donnera la distance l_2 entre la lentille et le plan d'observation) ?

2.d) Quel est alors le grandissement du montage γ en fonction de f' et l_1 ?

3) Franges d'interférences :

3.a) Quelle est la forme des franges ?

3.b) Que vaut l'interfrange sur l'écran d'observation i en fonction de λ , θ , f' et l_1 ?

3.c) Que se passe-t-il si les miroirs sont parallèles ?

1) On éclaire la totalité des miroirs, avec le moins d'incidences possible.

2) Localisation des interférences :

2.a) Les interférences sont localisées car la source est large.

2.b) Les interférences sont localisées sur le coin d'air.

2.c) On les observe dans le plan conjugué du coin d'air (des miroirs) par la lentille ($l_2 = \frac{l_1.f'}{l_1 - f'}$).

2.d) $\gamma = -\frac{l_2}{l_1} = -\frac{f'}{l_1 - f'}$.

3) Franges d'interférences :

3.a) Les franges sont rectilignes, parallèles au coin d'air.

3.b) $i = \frac{\lambda}{2.\theta} . |\gamma| = \frac{f'}{l_1 - f'} \frac{\lambda}{2.\theta}$.

3.c) Si les miroirs sont parallèles, $\theta = 0 \Rightarrow i \rightarrow \infty$.



Exercice 7.3 pour s'entraîner Angle maximal d'un coin d'air

1) On s'intéresse à un michelson réglé en coin d'air dont on observe les franges d'égale épaisseur sur un écran conjugué du coin d'air par une lentille convergente. On prendra pour longueur d'onde moyenne : $\lambda = 600nm$.

1.a) Rappeler la valeur de l'interfrange i sur le coin d'air en fonction de l'angle du coin d'air α et de λ .

1.b) En déduire la valeur de l'interfrange i' sur l'écran en fonction de α , de λ et du grandissement γ du montage.

2) Les miroirs au Michelson ont un diamètre de $2cm$ et sur l'écran, on observe les franges dans une tache lumineuse circulaire de $14cm$ de diamètre. Calculer le grandissement γ du montage.

3) Connaissant le pouvoir séparateur linéique de l'œil ($0,1mm$), calculer l'angle maximal α_{min} (en minutes

d'arc) que doit faire le coin d'air pour qu'on puisse effectivement discerner les franges sur l'écran.

1) Coin d'air :

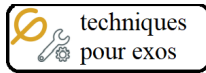
1.a) $i = \frac{\lambda}{2.\alpha}$ sur le coin d'air.

1.b) $i' = \gamma.i = \frac{\gamma.\lambda}{2.\alpha}$ du montage.

2) $\gamma = (-)7$.

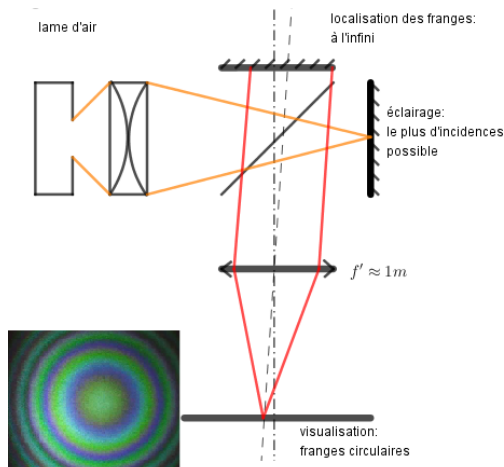
3) $i' > i'_{min} = 0,1mm \Leftrightarrow$

$$\alpha < \alpha_{min} = \frac{\gamma.\lambda}{2.i'_{min}} = 2,1.10^{-2}rad = 72'$$



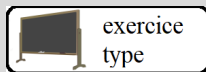
Techniques pour passer du cours aux exercices (à maîtriser)

Michelson en lame d'air



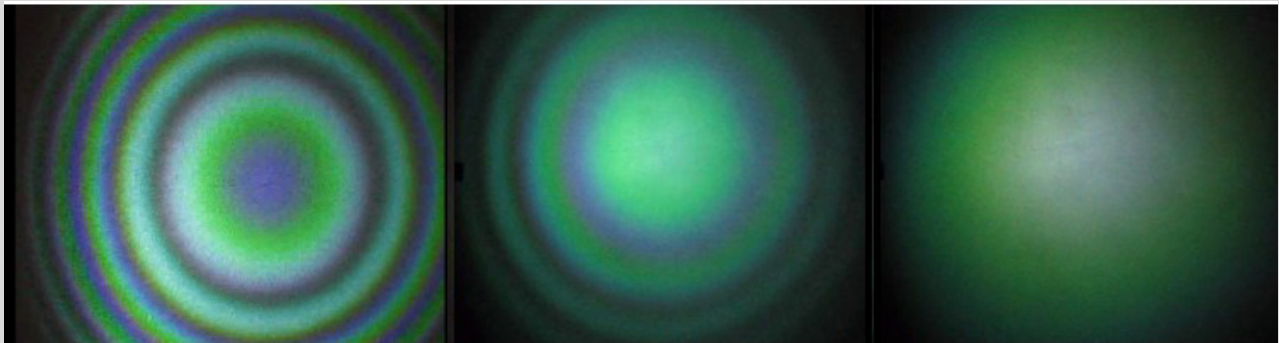
Si le michelson est réglé en configuration « lame d'air » :

- l'éclairage doit être convergent pour avoir le plus possible d'angles d'incidence (il faut focaliser la lumière sur les miroirs) ;
- les interférences sont localisées à l'infini (il faut les visualiser à l'œil nu sans accommoder ou en observant dans le plan focal image d'une lentille convergente de forte focale ≈ 1 m),
- la différence de marche vaut $\delta = 2e \cos \theta$, où θ est l'angle du rayon par rapport à l'axe optique ;
- les franges sont circulaires (de centre le foyer image), d'autant plus nombreuses que l'écart entre les miroirs parallèles, $|e|$, est plus grand) : on parle de « franges d'égale inclinaison » ou de « franges d'Haidinger ».



Exercice 7.4 (le prof fait cet exercice type jeudi)

Utilisation de l'interféromètre de Michelson en configuration lame d'air



le nombre d'anneaux diminue si e diminue

On s'intéresse à un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air, la distance entre les deux miroirs étant e . On observe les interférences créées par une lampe monochromatique (de longueur d'onde λ) dans le plan focal image d'une lentille (de focale f').

1) Questions préliminaires :

1.a) Exprimer la différence de marche δ en fonction de θ .

1.b) Les conditions de Gauss étant vérifiées, donner une expression approchée de δ grâce à un développement limité au premier ordre non nul en θ .

1.c) Relier la distance r au foyer image F' de cette lentille à l'inclinaison θ des rayons avec l'axe optique avant la lentille.

1.d) En déduire l'intensité lumineuse I en un point M situé à une distance r du foyer image F' .

2) Etude des anneaux :

2.a) Montrer que le rayon de l'anneau correspondant à l'ordre d'interférence p est de la forme

$$r_p = f' \sqrt{a - bp}$$

On exprimera en particulier a et b .

2.b) En notant $E(x)$, la fonction partie entière de x , exprimer $n(e)$, le nombre d'anneaux visibles en fonction de e , λ et θ_{max} , l'angle d'incidence maximum.

2.c) Que se passe-t-il à la teinte plate? Comment évolue $n(e)$ quand on s'éloigne de la teinte plate?

1) Questions préliminaires :

1.a) $\delta = 2e \cos \theta$.

1.b) $\delta \approx 2e \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)$.

1.c) $r = f' \theta$.

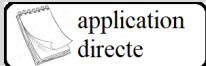
1.d) $I = I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)\right) = I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{2f'^2}\right)\right)\right)$.

2) Etude des anneaux :

2.a) $r_p = f' \sqrt{a - bp}$ avec $a = 2$ et $b = \frac{\lambda}{e}$.

2.b) $n(e) = E \left(\frac{\theta_{max}^2}{\lambda} |e|\right)$.

2.c) A la teinte plate, $n(e) \rightarrow 0$. $n(e) \nearrow$ quand on s'éloigne de la teinte plate.



application
directe

Exercice 7.5 pour s'entraîner

Passage du coin d'air aux miroirs parallèles

1) On s'intéresse à un michelson (dont les miroirs ont un diamètre $d = 4,0\text{cm}$) réglé en coin d'air. On observe les franges d'égale épaisseur sur un écran conjugué du coin d'air par une lentille convergente. On prendra pour longueur d'onde moyenne : $\lambda = 600\text{nm}$.

1.a) Rappeler la valeur de l'interfrange i sur le coin d'air en fonction de l'angle du coin d'air α et de λ .

Au cours du réglage du Michelson en lame d'air à faces parallèles, on passe par une étape où on agrandit les franges du coin d'air jusqu'à n'en obtenir plus qu'une seule.

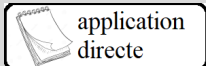
1.b) Donner alors un ordre de grandeur de l'angle α du coin d'air (en secondes d'arc).

1) Coin d'air :

1.a) $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$ sur le coin d'air.

1.b) Quand on n'observe plus qu'une seule frange du coin d'air, on peut dire que l'interfrange $i = d$, soit :

$$\alpha = \frac{\lambda}{2.d} = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{rad} = 1,5''$$



application
directe

Exercice 7.6 pour s'entraîner

Couche anti-reflet



En vue de constituer une couche antireflets dans le visible (on prendra $\lambda_0 = 550\text{nm}$), on dépose sur un verre d'indice $n_0 = 1,7$ une lame d'épaisseur e et d'indice $n_1 = 1,3$. On admet qu'ainsi, les ondes réfléchies respectivement sur les dioptries air-couche antireflet et couche antireflet-verre ont même intensité I_0 .

1) Que doit vérifier e en fonction de λ_0 et n pour que, sous incidence normale $\theta = 0$, la lumière réfléchie soit totalement supprimée ?

2) Quelle est alors la fraction de lumière réfléchie pour les longueurs d'ondes

2.a) $\lambda_1 = 400\text{nm}$?

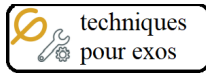
2.b) et $\lambda_2 = 750\text{nm}$?

On a un michelson avec deux miroirs parallèles (entre lesquels existe non pas l'air mais un milieu d'indice n_1) : la différence de marche est $\Delta = 2.n_1.e$. L'intensité réfléchie à la longueur d'onde λ sous l'incidence

normale est donc :

$$I = 2.I_0 \cdot \left[1 + \cos \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta}{\lambda} \right) \right]$$

- 1) $I = 0 \Rightarrow e = \frac{\lambda_0}{4 \cdot n_1} = 0,11 \mu m$.
- 2) $\theta = 0$.
 - 2.a) $\lambda_1 = 400 nm \Rightarrow \frac{I}{2 \cdot I_0} = 61\%$.
 - 2.b) et $\lambda_2 = 750 nm \Rightarrow \frac{I}{2 \cdot I_0} = 33\%$.



Techniques pour passer du cours aux exercices
(à maîtriser)

Eclairage en lumière polychromatique

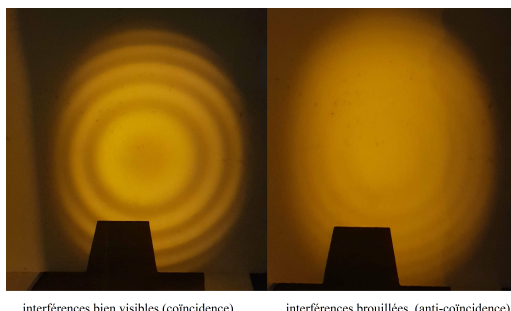
Il s'agit d'appliquer la formule de Fresnel pour chacune des longueurs d'ondes

$$I(\lambda) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta + \varphi_{sup}\right)$$

puis de sommer l'intensité relative à chaque longueur d'onde :

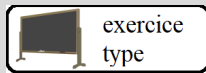
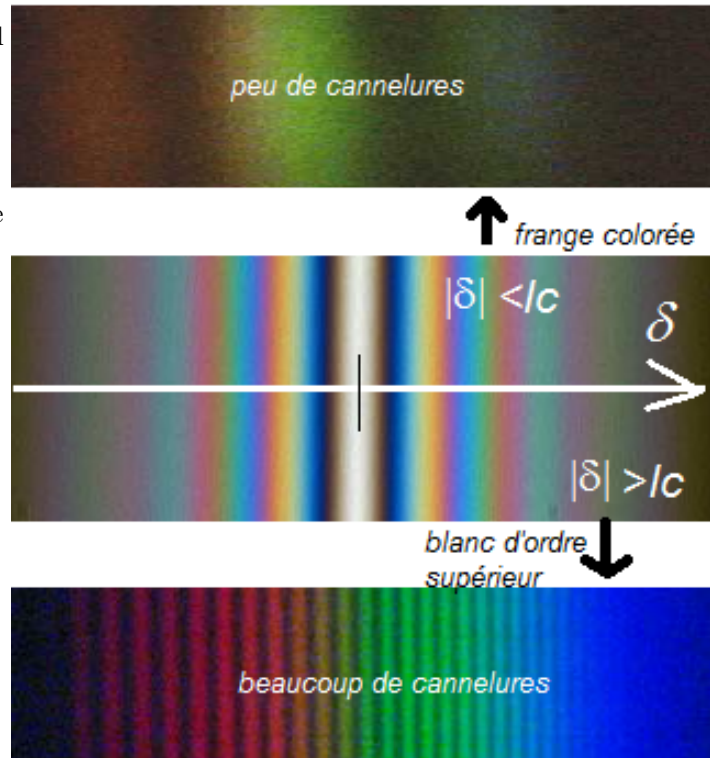
- si le spectre est discret : $I = \sum_{k=1}^N I(\lambda_k)$,
- si le spectre est continu : $I = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} I(\lambda)d\lambda$.

Eclairage par un doublet



interférences bien visibles (coïncidence) interférences brouillées (anti-coïncidence)

Eclairage en lumière blanche



Exercice 7.7 (le prof fait cet exercice type jeudi)

Interféromètre de Michelson en éclairage polychromatique

On règle un interféromètre de Michelson en lame d'air et on positionne au foyer image d'une lentille convergente, donc au centre de la figure d'interférence qui présente des anneaux, un détecteur lumineux.

Un des deux miroirs est "charioté" par un moteur à vitesse constante $v = 0,10 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$.

1) Lambdamètre

On met un détecteur au centre de la figure d'interférence, dont on observe le signal $s(t)$ à l'oscillo.

- 1.a)** Donner le rapport entre la longueur d'onde du rayonnement λ et la période T de $s(t)$.
- 1.b)** Application numérique : $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Que vaut T ? Est-ce possible d'observer un tel signal à l'oscillo?

2) Largeur d'une raie spectrale

La source émet maintenant une onde que l'on modélise par une intensité spectrale constante pour un nombre d'onde $\sigma \in [\sigma_1; \sigma_2]$. On fait charioter un miroir ($e \in [-L_{max}; L_{max}]$), avec $L_{max} = 1 \text{ cm}$ et on enregistre $I(e)$.

- 2.a)** Montrer que $I(e)$ peut se mettre sous la forme

$$I(e) = I_0 [1 + \gamma(e) \cos(4\pi\sigma_0 e)]$$

- 2.b)** Applications numériques : donner la distance entre deux brouillages $\Delta e = e_1 - e_{-1}$ pour :

- la lumière blanche ($\lambda \in [400 \text{ nm}; 750 \text{ nm}]$);
- la lumière blanche filtré par un filtre interférentiel ($\lambda_0 = 500 \text{ nm}$ et $\Delta\lambda = 5 \text{ nm}$);
- la raie verte du mercure ($\lambda_0 = 546,1 \text{ nm}$ et $\Delta\lambda = 5 \times 10^{-2} \text{ nm}$);
- la raie du laser HeNe ($\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$ et $\Delta\lambda = 1,3 \times 10^{-14} \text{ m}$).

Dans chacun des cas, $\Delta\lambda$ est-il mesurable?

3) Doublet d'une lampe spectrale

La source émet maintenant une onde que l'on modélise par un doublet caractérisé par les nombres d'onde σ_1 et σ_2 .

- 3.a)** Montrer que l'intensité lumineuse subit des battements.
- 3.b)** Exprimer $\sigma_2 - \sigma_1$ en fonction de la période des battements.

1) Lambdamètre

1.a) $r = 0$, donc $I(r = 0) = 2.I_0 \cdot (1 + \cos(\frac{4.\pi.e}{\lambda}))$. D'autre part, $e(t) = e_0 + v.t$. Donc :

$$s(t) = 2.\alpha.I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{4.\pi.e_0}{\lambda} + \frac{4.\pi.v}{\lambda}t\right)\right)$$

1.b) La période T de $s(t)$ est

$$T = \frac{\lambda}{2.v}$$

1.c) Application numérique : $\lambda = 632,8nm$ donc

$$T = 3,2.10^{-4}s \Rightarrow \frac{1}{T} = 3,2kHz$$

C'est donc tout à fait possible d'observer un tel signal à l'oscillo ($f \in [25Hz; 1MHz]$).

2) Largeur d'une raie spectrale

2.a) Deux longueurs d'ondes différentes n'interfèrent pas.

Aussi, $I(e) = I_\sigma \cdot \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} [1 + \cos(4.\pi.\sigma.e)] . d\sigma$.

Donc $I(e) = I_\sigma \cdot (\sigma_2 - \sigma_1) + I_\sigma \cdot \left[\frac{\sin(4.\pi.\sigma.e)}{4.\pi.e}\right]_{\sigma_1}^{\sigma_2}$.

Posons : $I_0 = I_\sigma \cdot (\sigma_2 - \sigma_1)$, on trouve : $I(e) = I_0 \left(1 + \frac{\sin(4.\pi.\sigma_2.e) - \sin(4.\pi.\sigma_1.e)}{4.\pi.e.(\sigma_2 - \sigma_1)}\right)$.

$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$ donc $I(e) = I_0 \left(1 + \frac{\cos(4.\pi.\sigma_0.e) \cdot \sin(2.\pi.\Delta\sigma.e)}{2.\pi.e.(\sigma_2 - \sigma_1)}\right)$.

Donc l'éclairement mesuré par le photorécepteur peut se mettre sous la forme $I(e) = I_0 [1 + \gamma(e) \cdot \cos(4.\pi.\sigma_0.e)]$, avec

$$\gamma(e) = \text{sinc}(2.\pi.\Delta\sigma.e) = \frac{\sin(2.\pi.\Delta\sigma.e)}{2.\pi.e.\Delta\sigma}$$

et

$$\begin{cases} \sigma_0 = \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} \\ \Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 \end{cases}$$

2.b) $\gamma(e) = 0$ si $\sin(2.\pi.\Delta\sigma.e) = 0$, sauf en $e = 0$, c'est à dire en :

$$e_n = \frac{n}{2.\Delta\sigma}$$

si $n \in \mathbb{Z}^*$.

2.c) Pour mesurer la largeur en nombre d'onde $\Delta\sigma'$ d'une raie, il faut discerner $e_{-1} = \frac{-1}{2.\Delta\sigma}$ et $e_{+1} = \frac{+1}{2.\Delta\sigma}$.

C'est à dire que $e_{-1} \in [-L_{\max}; +L_{\max}]$ et $e_{+1} \in [-L_{\max}; +L_{\max}]$.

C'est le cas si $\frac{1}{2.\Delta\sigma} < L_{\max} \Leftrightarrow \Delta\sigma > \Delta\sigma_{\min}$ avec

$$\Delta\sigma_{\min} = \frac{1}{2.L_{\max}} = 0,5cm^{-1}$$

2.d) Applications numériques : $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$, avec $\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$. Ainsi, $\Delta e = \frac{1}{\Delta\sigma} \Rightarrow$

$$\Delta e = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$$

- pour la lumière blanche $\Delta e = 0,94\mu m < 2.L_{\max}$;
- pour la lumière blanche filtré par un filtre interférentiel $\Delta e = 50\mu m < 2.L_{\max}$;
- pour la raie verte du mercure $\Delta e = 6,0mm < 2.L_{\max}$;
- pour la raie du laser HeNe $\Delta e = 30m > 2.L_{\max}$.

3) Doublet d'une lampe spectrale

3.a) $I = 2.I_0 (1 + \cos(2.\pi.\sigma_1.\delta)) + 2.I_0 (1 + \cos(2.\pi.\sigma_2.\delta))$, soit

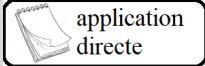
$$I = 4.I_0 (1 + \cos(\pi.\Delta\sigma.\delta) \cos(2.\pi.\sigma.\delta))$$

3.b) On cherche les valeurs de δ pour lesquelles $\cos(\pi.\Delta\sigma.\delta) = 0$. C'est le cas pour :

$$\delta_k = \frac{1 + 2.k}{2.\Delta\sigma} \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\Delta\delta = \delta_{k+1} - \delta_k$$

$$\Delta\delta = \frac{1}{\Delta\sigma}$$



Exercice 7.8 pour s'entraîner

Doublet du sodium

On réalise des interférences (la différence de marche est δ) avec comme éclairage une lampe à vapeur de sodium, qui a deux raies très proches et de même intensité ($\lambda_1 = 589,6nm$ et $\lambda_2 = 589,0nm$).

- 1) Calculer numériquement $\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1}$, $\sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2}$, $\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ et $\Delta\sigma = |\sigma_1 - \sigma_2|$.
- 2) Exprimer l'intensité résultant de l'interférence en fonction de σ et $\Delta\sigma$.
- 3) Donner les valeurs de δ pour lesquelles il y a brouillage des interférences.
- 4) En déduire la période $\Delta\delta$ des battements. Application numérique.

- 1) $\sigma_1 = 1,696.10^6 m^{-1}$, $\sigma_2 = 1,698.10^6 m^{-1}$, $\sigma = 1,697.10^6 m^{-1}$ et $\Delta\sigma = 1728 m^{-1}$.
- 2) $I = 2.I_0 (1 + \cos(2.\pi.\sigma_1.\delta)) + 2.I_0 (1 + \cos(2.\pi.\sigma_2.\delta))$, soit

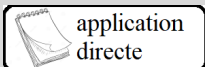
$$I = 4.I_0 (1 + \cos(\pi.\Delta\sigma.\delta) \cos(2.\pi.\sigma.\delta))$$

- 3) On cherche les valeurs de δ pour lesquelles $\cos(\pi.\Delta\sigma.\delta) = 0$. C'est le cas pour :

$$\delta_k = \frac{1 + 2.k}{2.\Delta\sigma} \quad \forall k \in Z$$

- 4) $\Delta\delta = \delta_{k+1} - \delta_k$

$$\Delta\delta = \frac{1}{\Delta\sigma} = 0,579mm$$



Exercice 7.9 pour s'entraîner

Brouillage des interférences avec une lampe au sodium

Un dispositif interférentiel à division du front d'onde est équivalent à des fentes d'young éloignées de $a = 4,0mm$. On observe les interférences sur un écran à une distance $D = 1,0m$ de ces fentes. La lumière est obtenue à l'aide d'une lampe à vapeur de sodium de longueurs d'onde $\lambda_1 = 589,0nm$ et $\lambda_2 = 589,6nm$.

- 1) Exprimer l'interfrange i_k pour la longueur d'onde k , en déduire numériquement
 - 1.a) l'interfrange moyen i
 - 1.b) et l'écart entre les interfranges $i_2 - i_1$.
- 2) En déduire la distance l de la frange centrale pour laquelle il y a brouillage des interférences.

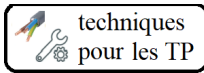
- 1) L'interfrange est $i = \frac{\lambda.D}{a}$ soit

- 1.a) $i = 0,15mm$

- 1.b) $i_2 - i_1 = 0,15\mu m$.

- 2) Si p est entier, on cherche pour quelle distance l on a $l = p.i_2 = (p + \frac{1}{2}) i_1$, soit $p = \frac{i_1}{2(i_2 - i_1)}$, d'où :

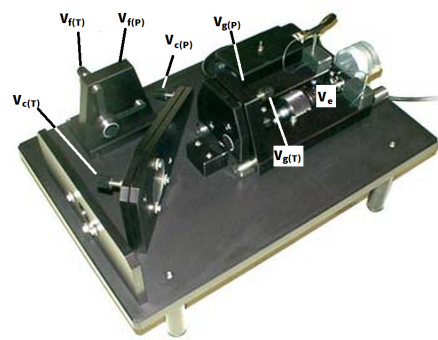
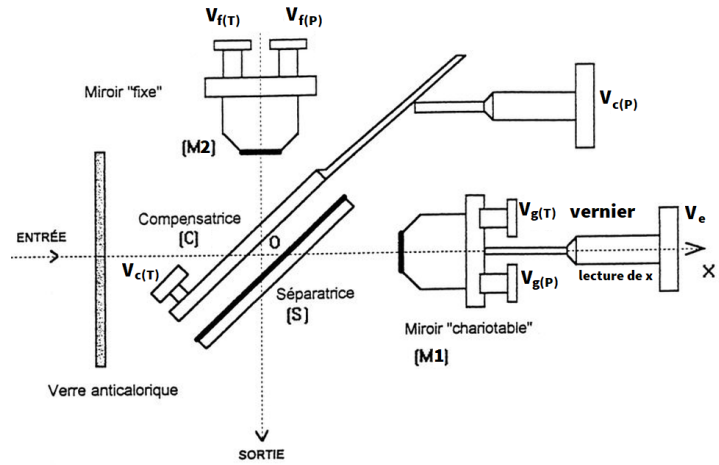
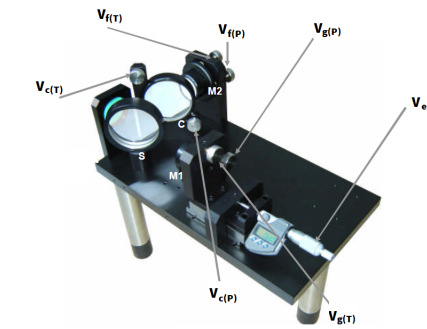
$$l = \frac{i_1.i_2}{2(i_2 - i_1)} = \frac{\lambda^2.D}{2.a.(i_2 - i_1)} = 72mm$$



Techniques pour les travaux pratiques (à maîtriser)

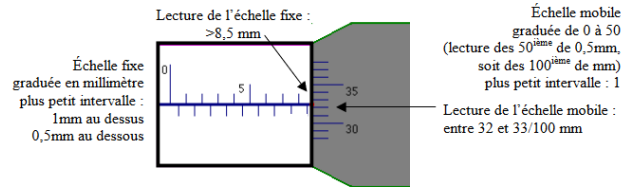
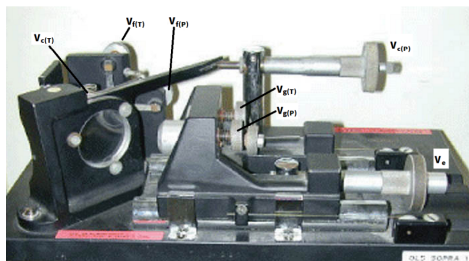
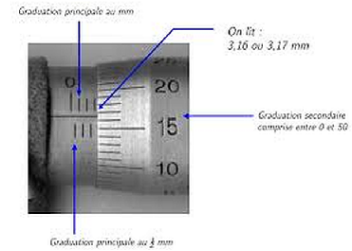
Différents interféromètres de Michelson

Les vis de réglage de l'interféromètre de Michelson



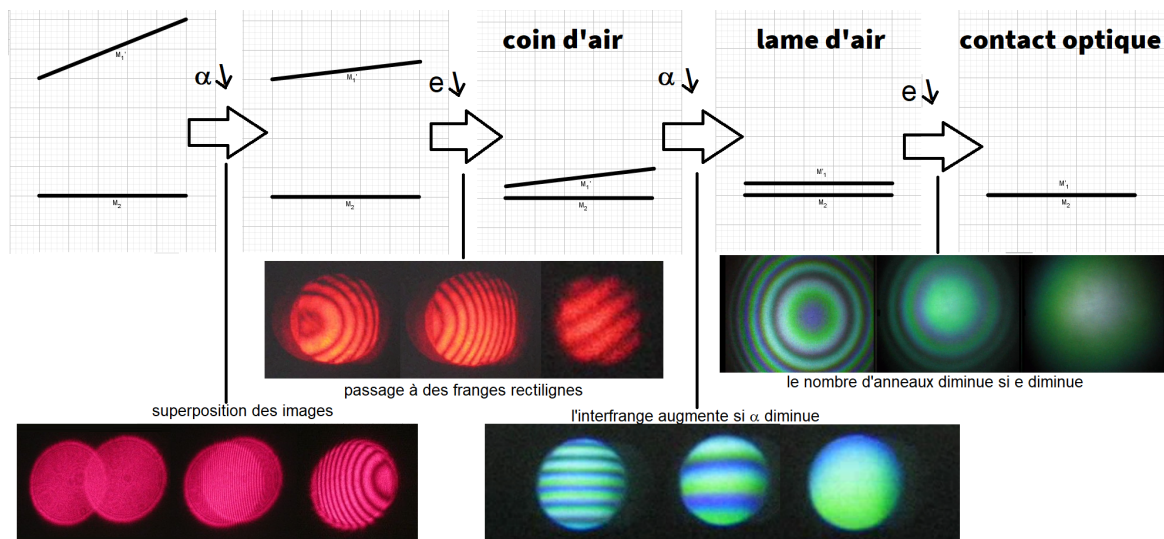
Le vernier de l'interféromètre de Michelson

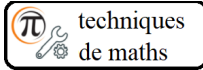
Lecture du vernier de la vis de chariotage de l'interféromètre de Michelson



au total : 8,825mm ± 0,005mm

Les étapes du réglage de l'interféromètre de Michelson





Techniques mathématiques à maîtriser

Moyennes d'un carré d'une somme de sinus

Position du problème physique

On s'intéresse à l'interférence de plusieurs ondes d'amplitudes :

- $a_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$,
- $a_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$, etc...

Utilisation des formules de trigonométrie

Pour calculer l'intensité $I = \langle (a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + a_2 \cos(\omega t + \varphi_2) + \dots)^2 \rangle$, on peut utiliser des formules trigonométriques

- de sommes et différences de cosinus et sinus :

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)$$

- de produits de cosinus et sinus :

$$\cos \theta \cos \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) + \cos(\theta + \varphi)}{2}$$

$$\sin \theta \sin \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) - \cos(\theta + \varphi)}{2}$$

$$\sin \theta \cos \varphi = \frac{\sin(\theta - \varphi) + \sin(\theta + \varphi)}{2}$$

- de carrés de sinus et cosinus :

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = 1 - 2 \cdot \sin^2(\alpha) = 2 \cdot \cos^2(\alpha) - 1$$

$$\sin(2\alpha) = 2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$$

Utilisation des complexes :

On a vu que si $s_1(t) = \text{Re}(\tilde{s}_1)$ et $s_2(t) = \text{Re}(\tilde{s}_2)$, alors $\langle s_1 s_2 \rangle_T = \frac{1}{2} \text{Re}(\tilde{s}_1 \tilde{s}_2^*)$, où \tilde{s}_2^* est le complexe conjugué de \tilde{s}_2 . Aussi, on peut utiliser les complexes associés aux ondes :

- $a_1(t) = \text{Re}(\tilde{a}_1)$, avec $\tilde{a}_1 = a_1 e^{j\varphi_1} e^{j\omega t}$,
- $a_2(t) = \text{Re}(\tilde{a}_2)$, avec $\tilde{a}_2 = a_2 e^{j\varphi_2} e^{j\omega t}$, etc...

pour calculer l'intensité : $I = \frac{1}{2} |\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots|^2$.

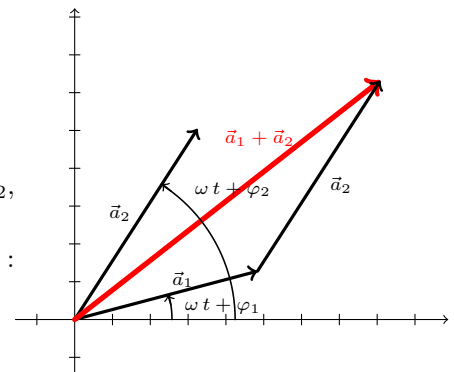
Utilisation des vecteurs de Fresnel

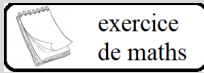
On peut utiliser des vecteurs tournants (de Fresnel) :

- \vec{a}_1 associé à $a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ de norme a_1 et d'argument $\omega t + \varphi_1$,
- \vec{a}_2 associé à $a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ de norme a_2 et d'argument $\omega t + \varphi_2$, etc...

Le vecteur $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots$ permet de calculer l'intensité :

$$I = \|\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots\|^2.$$



exercice
de maths

Exercice 7.11 pour s'entraîner

Démonstration de la formule de Fresnel grâce aux vecteurs de Fresnel

1) Calculer l'intensité dans le cas de deux ondes d'amplitudes respectives :

- $a_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$,
- $a_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$,

en utilisant les vecteurs de Fresnel associés.

1) Soient les vecteurs tournants (pour simplifier, on se place à $t = \frac{-\varphi_1}{\omega}$) :

- \vec{a}_1 associé à $a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ de norme a_1 et d'argument $\omega t + \varphi_1 = 0$,
- \vec{a}_2 associé à $a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ de norme a_2 et d'argument $\omega t + \varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_1$.

Aussi :

- $\vec{a}_1 = a_1 \vec{u}_x$
- $\vec{a}_2 = a_2 (\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \vec{u}_x + \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \vec{u}_y)$.

donc $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = (a_1 + a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)) \vec{u}_x + a_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \vec{u}_y$. Donc

$$I = \|\vec{a}_1 + \vec{a}_2\|^2 = (a_1 + a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1))^2 + (a_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1))^2$$

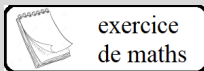
soit

$$I = a_1^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + a_2^2 \cos^2(\varphi_2 - \varphi_1) + a_2^2 \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Or d'après la formule trigonométrique $\sin^2 + \cos^2 = 1$:

$$I = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

(on retrouve bien la formule de Fresnel).

exercice
de maths

Exercice 7.12 pour s'entraîner

Démonstration des formules de trigonométrie sur les produits de cosinus et sinus

1) Utiliser les formules de trigonométrie concernant les sommes et différences de cosinus et sinus pour démontrer les formules sur les produits de cosinus et sinus :

- 1.a) $\cos \theta \cos \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) + \cos(\theta + \varphi)}{2}$,
- 1.b) $\sin \theta \sin \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) - \cos(\theta + \varphi)}{2}$,
- 1.c) $\sin \theta \cos \varphi = \frac{\sin(\theta - \varphi) + \sin(\theta + \varphi)}{2}$.

1) On pose $\frac{\alpha + \beta}{2} = \theta$ et $\frac{\alpha - \beta}{2} = \varphi$, soit $\alpha = \theta + \varphi$ et $\beta = \theta - \varphi$, d'où :

1.a) Comme

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos(\theta + \varphi) + \cos(\theta - \varphi) = 2 \cos(\theta) \cos(\varphi) \Rightarrow \cos \theta \cos \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) + \cos(\theta + \varphi)}{2}$$

1.b) Comme

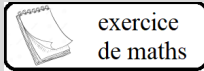
$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos(\theta + \varphi) - \cos(\theta - \varphi) = -2 \sin(\theta) \sin(\varphi) \Rightarrow \sin \theta \sin \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) - \cos(\theta + \varphi)}{2}$$

1.c) Comme

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\sin(\theta + \varphi) + \sin(\theta - \varphi) = 2 \sin(\theta) \cos(\varphi) \Rightarrow \sin \theta \cos \varphi = \frac{\sin(\theta - \varphi) + \sin(\theta + \varphi)}{2}$$



Exercice 7.13 pour s'entraîner

Démonstration de la formule de Fresnel grâce aux formules de trigonométrie

1) Calculer l'intensité dans le cas de deux ondes d'amplitudes respectives :

- $a_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$,
- $a_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$,

en utilisant des formules trigonométriques.

1)

$$I = \langle (a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + a_2 \cos(\omega t + \varphi_2))^2 \rangle$$

Donc

$$I = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + 2 a_1 a_2 \langle (\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)) \rangle$$

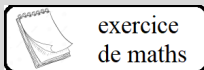
d'après les moyennes de cosinus au carré. Grâce aux formules trigonométriques, on obtient :

$$I = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + 2 a_1 a_2 \left\langle \left[\frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2)}{2} \right] \right\rangle$$

donc

$$I = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

(on retrouve bien la formule de Fresnel).



Exercice 7.14 pour s'entraîner

Démonstration de la formule de Fresnel grâce aux complexes

1) Calculer l'intensité dans le cas de deux ondes d'amplitudes respectives :

- $a_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$,
- $a_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$,

en utilisant les complexes associés.

1) On pose :

- $a_1(t) = \text{Re}(\tilde{a}_1)$, avec $\tilde{a}_1 = a_1 e^{j\varphi_1} e^{j\omega t}$,
- $a_2(t) = \text{Re}(\tilde{a}_2)$, avec $\tilde{a}_2 = a_2 e^{j\varphi_2} e^{j\omega t}$,

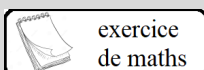
L'intensité est :

$$I = \frac{1}{2} |\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2|^2 = \frac{1}{2} (|\tilde{a}_1|^2 + |\tilde{a}_2|^2 + \tilde{a}_1 \tilde{a}_2^* + \tilde{a}_1^* \tilde{a}_2)$$

Donc

$$I = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + a_1 a_2 \frac{(e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{-j(\varphi_1 - \varphi_2)})}{2} = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

(on retrouve bien la formule de Fresnel).



Exercice 7.15 pour s'entraîner

Calcul grâce aux complexes de l'intensité dans le cas de N ondes de même amplitude ayant un même déphasage

1) Calculer, en utilisant les complexes associés, l'intensité dans le cas de N ondes d'amplitudes respectives :

$$a_1(t) = a_0 \cos(\omega t + \varphi), a_2(t) = a_0 \cos(\omega t + 2\varphi), \dots, a_N(t) = a_0 \cos(\omega t + N\varphi)$$

1) On pose :

- $a_1(t) = \text{Re}(\tilde{a}_1)$, avec $\tilde{a}_1 = a_0 e^{j\varphi} e^{j\omega t}$,
- $a_2(t) = \text{Re}(\tilde{a}_2)$, avec $\tilde{a}_2 = a_0 e^{j2\varphi} e^{j\omega t}$,
- ...

La somme des amplitudes complexes est :

$$\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots + \tilde{a}_N = a_0 e^{j\omega t} [e^{j\varphi} + e^{j2\varphi} + \dots + e^{jN\varphi}]$$

On reconnaît une série géométrique de raison $q = e^{j\varphi}$:

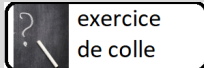
$$\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots + \tilde{a}_N = a_0 e^{j\omega t} \frac{q - q^{N+1}}{1 - q} = a_0 e^{j\omega t} e^{j\varphi} \frac{1 - e^{jN\varphi}}{1 - e^{j\varphi}}$$

L'intensité est :

$$I = \frac{1}{2} |\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots + \tilde{a}_N|^2 = \frac{1}{2} a_0^2 \left| \frac{1 - e^{jN\varphi}}{1 - e^{j\varphi}} \right|^2 = \frac{1}{2} a_0^2 \left| \frac{e^{j\frac{N}{2}\varphi} e^{-j\frac{N}{2}\varphi} - e^{j\frac{N}{2}\varphi}}{e^{j\frac{\varphi}{2}} e^{-j\frac{\varphi}{2}} - e^{j\frac{\varphi}{2}}} \right|^2$$

Donc

$$I = \frac{1}{2} a_0^2 \left| \frac{e^{-j\frac{N}{2}\varphi} - e^{j\frac{N}{2}\varphi}}{2j} \frac{2j}{e^{-j\frac{\varphi}{2}} - e^{j\frac{\varphi}{2}}} \right|^2 = \frac{1}{2} a_0^2 \frac{\sin^2\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$



exercice
de colle

Exercice 7.16 Réglage de l'interféromètre de Michelson

On s'intéresse à un interféromètre de Michelson éclairé par une source large (pour les applications numériques, on prendra $\lambda = 589 \text{ nm}$).

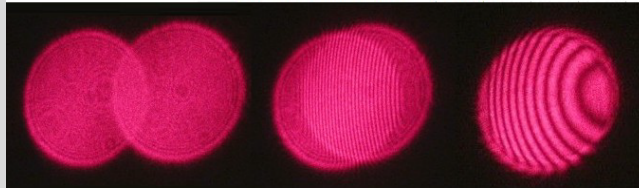
1) Configuration coin d'air

L'interféromètre est réglé initialement en coin d'air. On observe les franges sur un écran conjugué du coin d'air par une lentille convergente. Les miroirs de l'interféromètre ont un diamètre de 2 cm et sur l'écran, on observe les franges dans une tache lumineuse circulaire de 14 cm de diamètre.

1.a) Rappeler la valeur de l'interfrange i sur le coin d'air en fonction de l'angle du coin d'air α et de λ .

1.b) En déduire la valeur de l'interfrange i' sur l'écran en fonction de α , de λ et du grandissement γ du montage. Calculer le grandissement γ du montage.

superposition des images



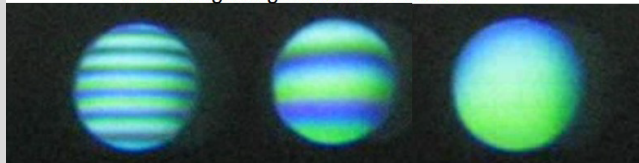
1.c) Connaissant le pouvoir séparateur linéique de l'œil (0,1 mm), calculer l'angle maximal α_{min} (en minutes d'arc) que doit faire le coin d'air pour qu'on puisse effectivement discerner les franges sur l'écran.

2) Passage de la configuration coin d'air à la configuration lame d'air

Au cours du réglage du Michelson en lame d'air à faces parallèles, on passe par une étape où on agrandit les franges du coin d'air jusqu'à n'en obtenir plus qu'une seule.

2.a) Montrer que pour passer à la configuration lame d'air, il faut agrandir l'interfrange des franges d'égale épaisseur.

l'interfrange augmente si α diminue



2.b) Donner à la fin du réglage un ordre de grandeur de l'angle α du coin d'air (en secondes d'arc).

3) Configuration lame d'air

On s'intéresse à l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air, la distance entre les deux miroirs étant e . On observe les interférences créées par une lampe monochromatique (de longueur d'onde λ) dans le plan focal image d'une lentille (de focale f').

3.a) Exprimer la différence de marche Δ en fonction de θ . Les conditions de Gauss étant vérifiées, donner une expression approchée de Δ grâce à un développement limité au premier ordre non nul en θ . Relier la distance r au foyer image F' de cette lentille à l'inclinaison θ des rayons avec l'axe optique avant la lentille. En déduire l'intensité lumineuse I en un point M situé à une distance r du foyer image F' .

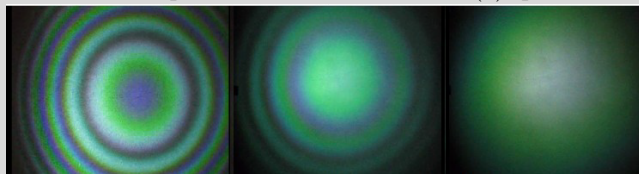
3.b) Montrer que le rayon de l'anneau correspondant à l'ordre d'interférence p est de la forme

$$r_p = f' \sqrt{a - bp}$$

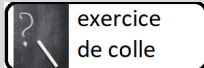
On exprimera en particulier a et b .

3.c) En notant $E(x)$, la fonction partie entière de x , exprimer $n(e)$, le nombre d'anneaux visibles en fonction de e , λ et θ_{max} , l'angle d'incidence maximum.

3.d) Que se passe-t-il à la teinte plate? Comment évolue $n(e)$ quand on s'éloigne de la teinte plate?



le nombre d'anneaux diminue si e diminue



exercice
de colle

Exercice 7.17

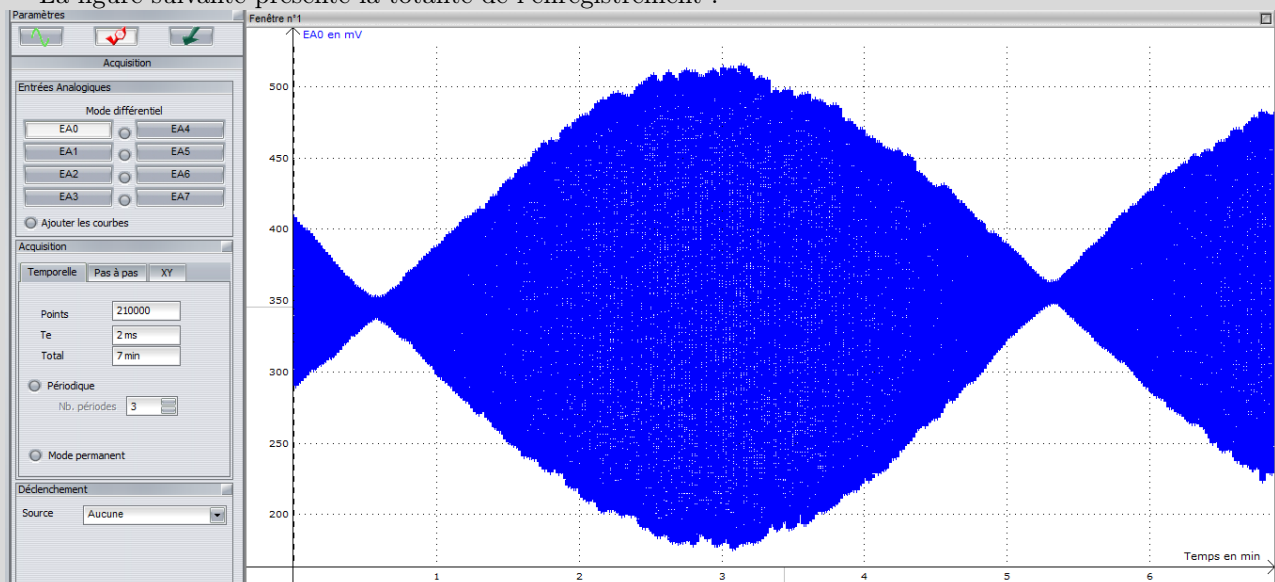
Etude du doublet jaune du mercure avec l'interféromètre de Michelson

On règle un interféromètre de Michelson en lame d'air et on positionne au foyer image d'une lentille convergente, donc au centre de la figure d'interférence qui présente des anneaux, un détecteur lumineux.

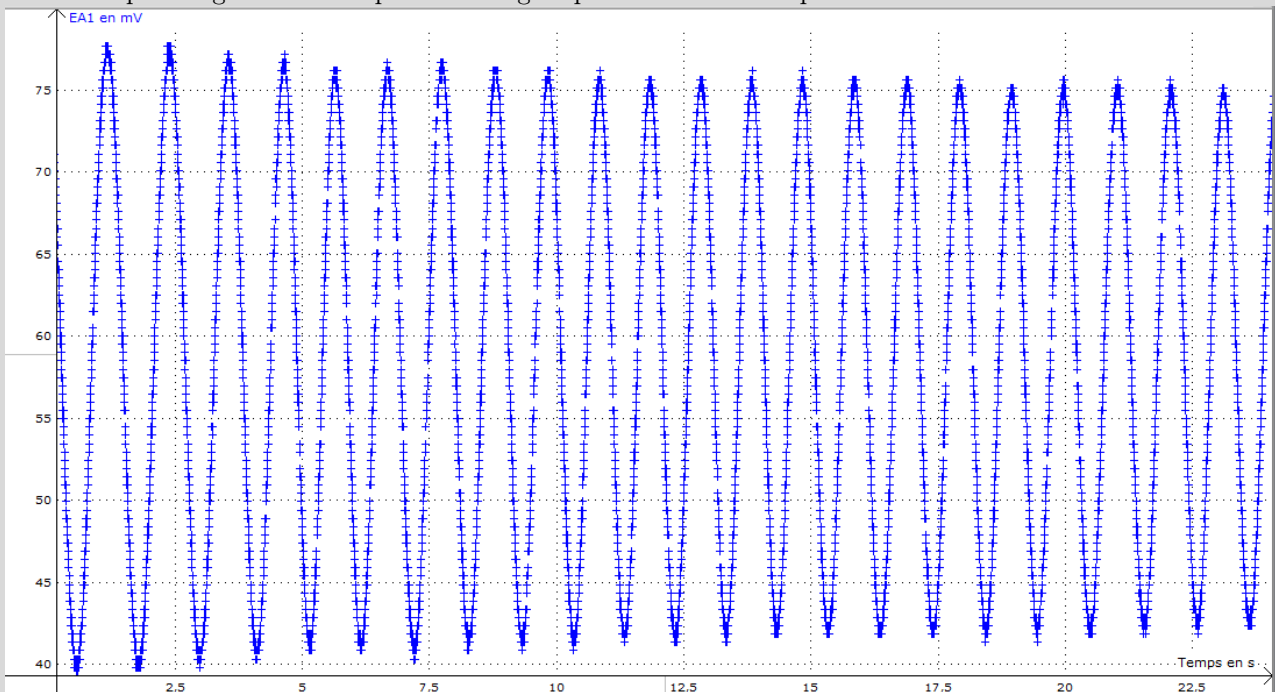
La source lumineuse est une lampe à vapeur de mercure (Hg) devant laquelle on positionne un filtre qui sélectionne le doublet jaune, autour de $\lambda_0 = 579 \text{ nm}$: il comporte deux raies de même intensité en $\lambda_1 = \lambda_0 - \Delta\lambda/2$ et $\lambda_2 = \lambda_0 + \Delta\lambda/2$, proches : $\Delta\lambda \ll \lambda_0$.

Un moteur fait « chariotier » l'interféromètre de Michelson : la position d'un des deux miroirs lue grâce à un vernier linéaire, $x(t)$, varie, tandis que l'autre reste constante.

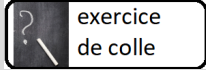
La figure suivante présente la totalité de l'enregistrement :



tandis que la figure suivante présente un gros plan sur une durée plus courte :



1) En déduire les valeurs de λ_1 et λ_2 .



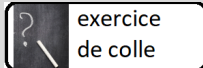
exercice
de colle

Exercice 7.18

Cohérence temporelle et spectre cannelé

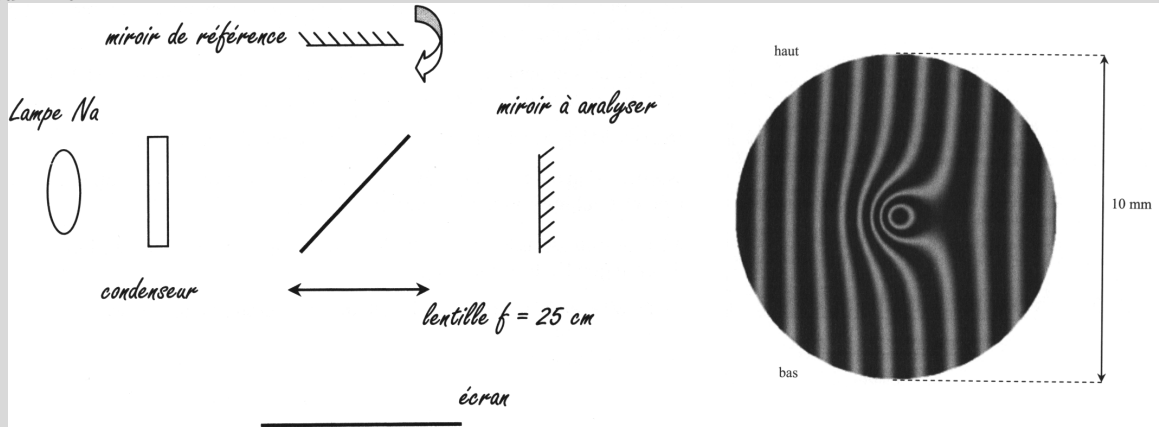
Un interféromètre de Michelson est éclairé avec une source lumineuse non monochromatique, dont le spectre, de largeur $\Delta\lambda$, est centré autour de $\lambda \gg \Delta\lambda$.

- 1) Exprimer, grâce au critère de brouillage, la différence de marche maximale δ_{max} pour que les interférences soient visibles.
- 2) Exprimer la longueur de cohérence temporelle τ_c de cette source. En déduire la différence de marche maximale δ_{max} pour que les interférences soient visibles.
- 3) Estimer le nombre de cannelures N dans le spectre. En déduire la différence de marche maximale δ_{max} pour que les interférences soient visibles.



Exercice 7.19 Etat de surface d'un miroir

On remplace un des 2 miroirs parfaits d'un interféromètre de Michelson par un miroir dont on veut connaître l'état de surface. On éclaire l'interféromètre avec une lampe à vapeur de sodium de longueur d'onde $\lambda = 589 \text{ nm}$. On observe la figure d'interférence ci-dessous grâce à une lentille convergente de focale $f' = 25 \text{ cm}$ placée à 35 cm du miroir.



1) Utilisation de l'exemple.

1.a) Donner les caractéristiques du réglage de l'interféromètre de Michelson.

1.b) Préciser la largeur de la zone sur laquelle le miroir est déformé.

1.c) Estimer l'épaisseur du défaut. Expliquer pourquoi le défaut va diminuer sensiblement les qualités optiques du miroir.

En pivotant le miroir de référence dans le sens indiqué sur le schéma, l'expérimentateur observe à l'écran que l'interfrange augmente.

1.d) En déduire, en le justifiant, si le défaut est un creux ou une bosse.

2) Généralisation : donner un sens à la phrase : "ce miroir est poli à $\frac{\lambda}{5}$ ".

exercice de colle

Exercice 7.20
Vibrations mesurées par un interféromètre de Michelson

Un interféromètre de MICHELSON est éclairé par une source à vapeur de sodium que nous assimilerons à une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$ ponctuelle placée au foyer objet d'une lentille convergente. Les deux miroirs ont un diamètre de 20 mm. L'écran est parallèle à un des deux miroirs et situé à 1,25 m de ce miroir. La figure 1 est une photo de la répartition d'éclairement sur l'écran.

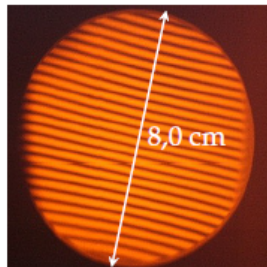


FIGURE 1 – Figure d'interférences

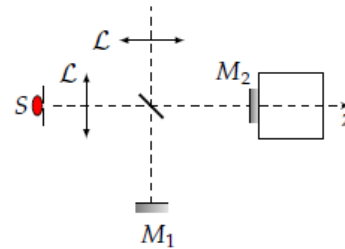


FIGURE 2 – Interféromètre de MICHELSON

1) L'interféromètre est-il réglé en lame d'air ou en coin d'air ?

Un des miroirs est fixé sur un dispositif qui vibre à une fréquence de 66,7 Hz (figure 2) selon l'axe Oz : $z(t) = a \sin(\omega t)$. Un capteur photométrique quasi ponctuel est initialement placé sur une frange brillante. Les figures 3 et 4 donnent deux enregistrements du capteur lors des vibrations du support du miroir.

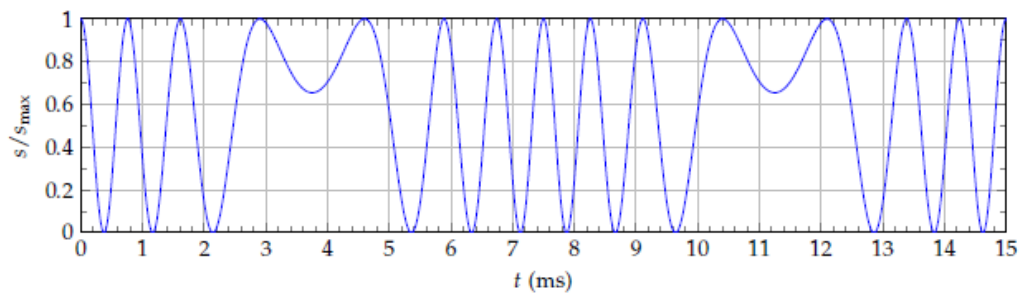


FIGURE 3 – Signal n° 1 délivré par le capteur

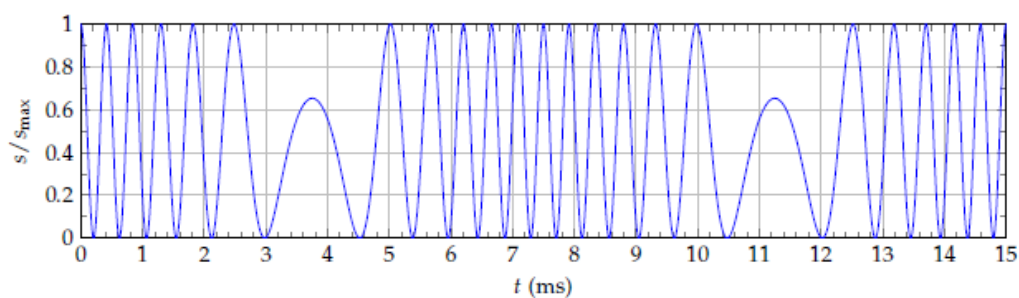
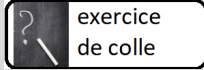


FIGURE 4 – Signal n° 2 délivré par le capteur

2) Expliquer ces enregistrements et déduire l'amplitude des vibrations du support dans chacun des cas.

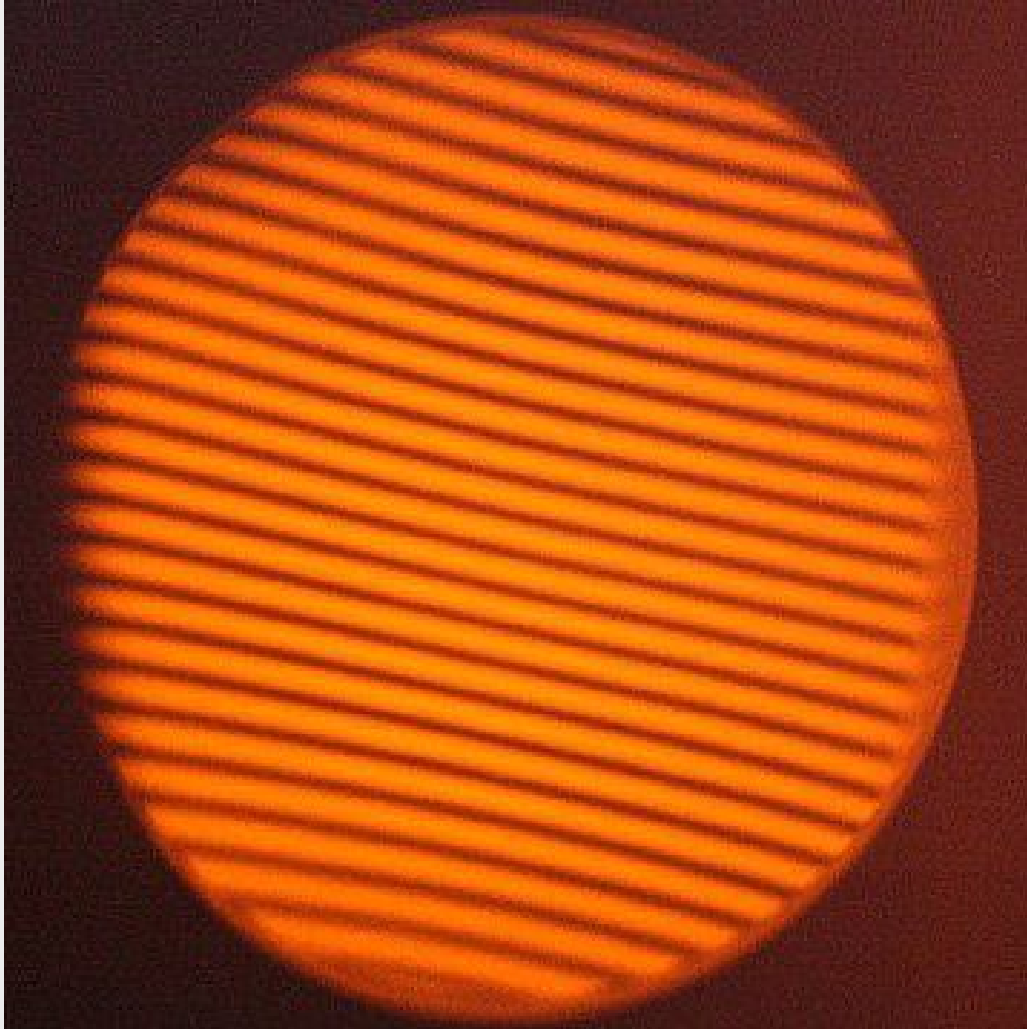


exercice
de colle

Exercice 7.21

Réaliser un réseau de diffraction avec un interféromètre de Michelson

Aujourd'hui les « réseaux holographiques » qu'on obtient directement en photographiant des franges sur des polymères photosensibles ont tendance à remplacer les réseaux gravés.



Il s'agit de produire un interférogramme à partir de la figure d'interférence de 2 faisceaux après séparation d'amplitude.

L'angle qui sépare les 2 faisceaux incidents sur la plaque holographique déterminera le pas du réseau et donc son nombre de traits au mm.

Les "traits" du réseau sont matérialisés par les franges sombres et brillantes de l'interférogramme.

Pratiquement le procédé se décompose en 3 étapes :

- la première concerne l'enregistrement des interférences sur un support photosensible ;
- la seconde implique un procédé chimique de développement du support, et dure typiquement un bon quart d'heure avec des plaques argentiques,
- la dernière est le processus dans lequel un laser diffracte sur le réseau sinusoïdal codé dans le support photosensible.

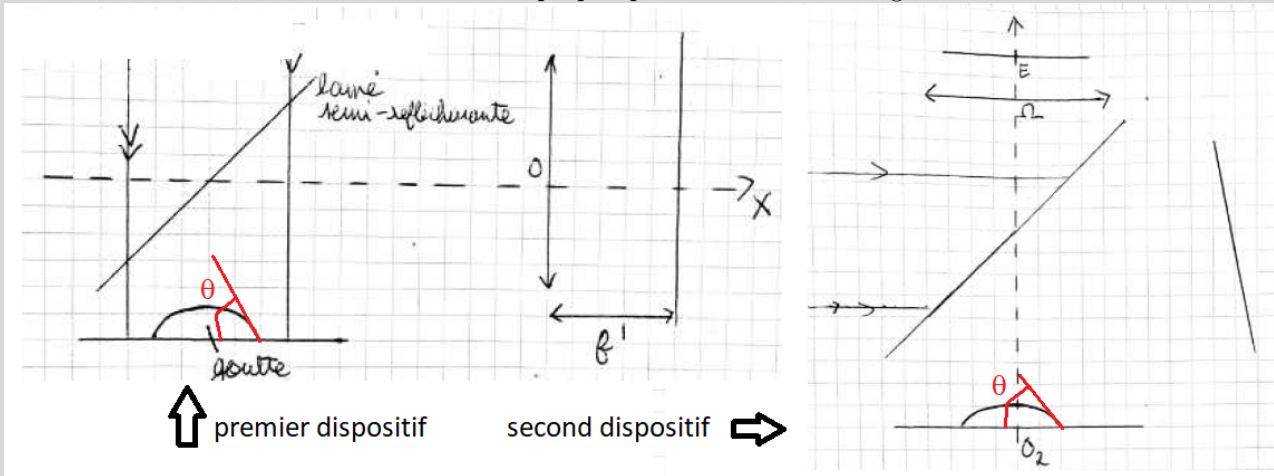
On photographie les franges créées par un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air sur la pellicule photosensible d'un appareil photographique de focale $f' = 50$ mm placé à 70 cm des miroirs de l'interféromètre éclairé par une lampe au sodium.

- 1) Déterminer l'angle α du coin d'air pour que le réseau généré soit de 300 traits par mm.

exercice de colle

Exercice 7.22
Mesure de l'angle de contact d'une goutte

Cet exercice s'intéresse à deux méthodes optiques pour la mesure de l'angle de contact θ .



On considère que la surface de la goutte est réfléchissante.

0.a) Premier dispositif optique

On observe une tâche sur l'écran de rayon R . On donne a le rayon de la base de la goutte.

0.b) Montrer que pour un rayon réfléchi à l'extrémité de la goutte, l'angle au sommet est de 2θ . En déduire la relation $R = 2\theta f'$.

0.c) Lorsque τ_c devient très petit, quel phénomène bien connu peut rendre la mesure erronée ? Estimer θ limite.

1) Second dispositif optique

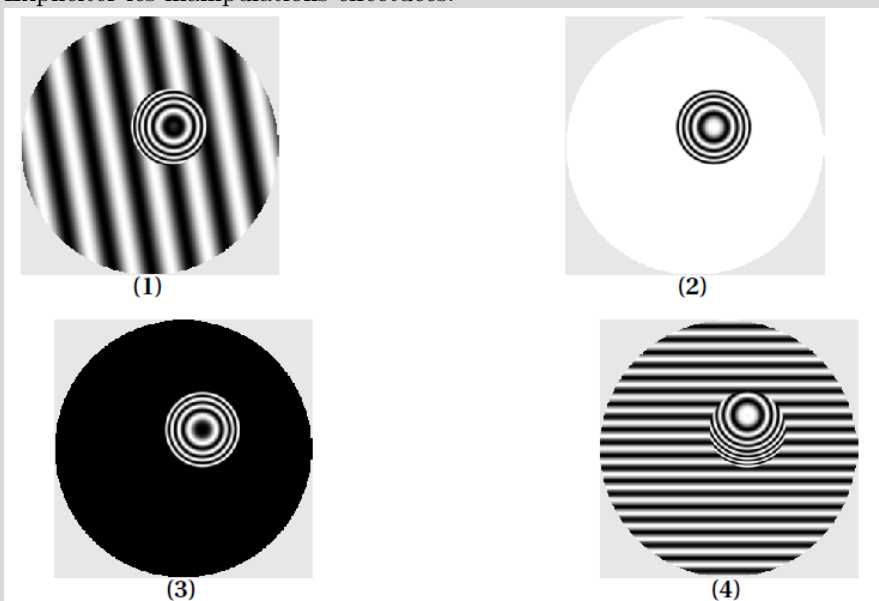
Lorsque θ est petit, on utilise un interféromètre de Michelson en coin d'air. On précise que le rayon des miroirs de l'interféromètre est de 2,0 cm et que la longueur d'onde utilisée est $\lambda_0 = 0,63 \mu\text{m}$.

On rappelle : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$.

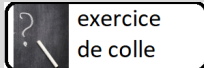
1.a) La position de la lentille et de l'écran étant correctement ajustées, on observe sur l'écran la figure d'interférences représentée sur la figure (1) ci-après. Quel est le type d'interférences observées sur l'écran et interpréter la figure (1).

1.b) La lentille est placée à une distance des miroirs égale à $1,2 f'$. À quelle distance de la lentille faut-il placer l'écran ?

1.c) En manipulant l'interféromètre, on obtient successivement les figures d'interférences (2), (3) et (4). Expliciter les manipulations effectuées.



1.d) Exploiter les figures fournies pour déterminer l'épaisseur maximale, le rayon de la goutte dans le plan du miroir sur lequel elle est posée et l'angle de contact θ entre la goutte et le plan du miroir. La goutte est-elle sphérique ?



exercice
de colle

Exercice 7.23

Couches interférentielles, semi-transparente et anti-reflet

On dépose sur un verre d'indice $n_0 = 1,7$ une couche à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice $n = 1,3$. On admet qu'ainsi, les ondes réfléchies respectivement sur les dioptries air-couche et couche-verre ont même intensité I_0 .

1) Généralités

De la lumière tombe sous une incidence i par rapport à la normale.

1.a) Justifier que le verre, épais, n'induit pas d'interférences.

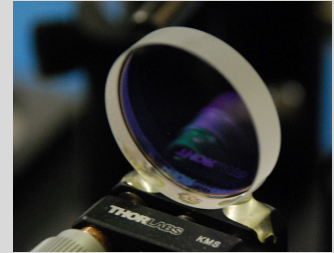
1.b) Tracer la marche d'un rayon lumineux.

1.c) Calculer la différence de marche entre deux rayons.

1.d) Déterminer l'expression de l'éclairement pour i quelconque puis sous incidence normale ($i = 0$).

2) Applications

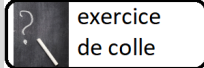
2.a) On souhaite réaliser d'abord une lame semi-transparente pour la longueur d'onde $\lambda_0 = 550$ nm. Déterminer l'expression de e , sachant que coefficient de réflexion en intensité est $R = 4\%$. Cela dépend-il de la longueur d'onde ?



2.b) On souhaite réaliser maintenant une couche antireflets pour que la lumière réfléchie à la longueur d'onde $\lambda_0 = 550$ nm soit totalement supprimée. Que doit vérifier e ? Quelle est alors la fraction de lumière réfléchie pour les longueurs d'ondes $\lambda_1 = 400$ nm et $\lambda_2 = 750$ nm ?

2.c) On souhaite réaliser enfin un filtre interférentiel qui réfléchit $\lambda_1 = 600$ nm mais pas $\lambda_2 = 400$ nm. En déduire l'épaisseur de la lame.

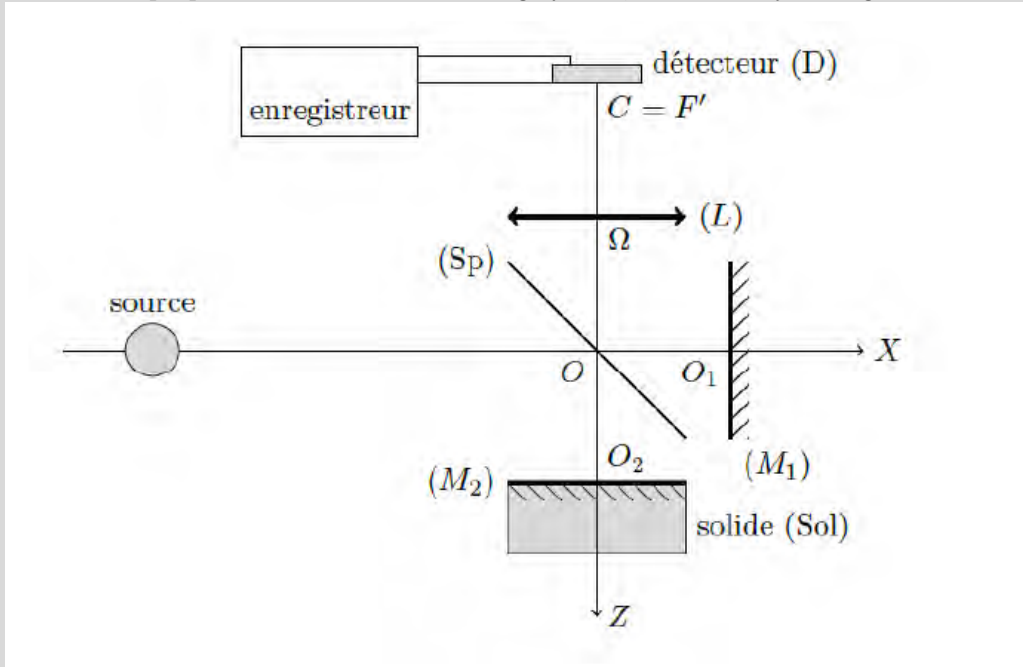




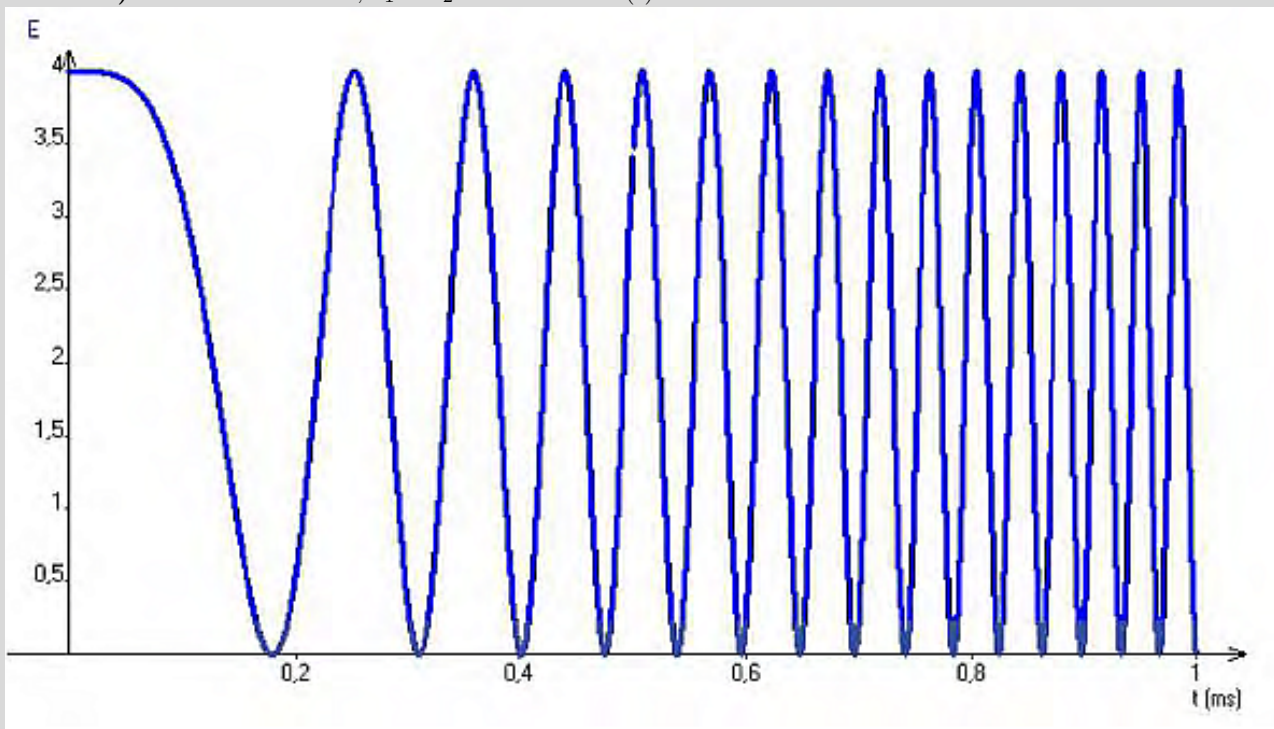
exercice
de colle

Exercice 7.24 Gravimètre

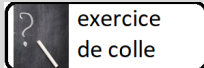
Un interféromètre de Michelson est éclairé par une source monochromatique (longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$) étendue, centrée sur l'axe OX . On note ℓ_1 la longueur OO_1 et ℓ_2 la longueur OO_2 . Cette longueur est variable, car (M_2) est relié à un solide (Sol) mobile en translation selon OZ . On note $e = \ell_2 - \ell_1$. (L) est une lentille convergente de centre optique Ω de distance focale image $f' = 1,0 \text{ m}$ et de foyer image F' .



- 1) Exprimer l'intensité lumineuse en F' , $I(e)$. Quelle est sa période selon e ?
- 2) Le miroir (M_2) est lâché sans vitesse initiale et tombe sous l'effet de son poids.
 - 2.a) A l'instant initial, $\ell_1 = \ell_2$. Déterminer $I(t)$.



- 2.b) À l'aide du graphe $I(t)$, donner une valeur numérique de g . Puis montrer que le miroir est bien en chute libre.



Exercice 7.25 Etude d'une lame d'air

Interférences à l'infini produites par une lame d'air éclairée par une lumière monochromatique

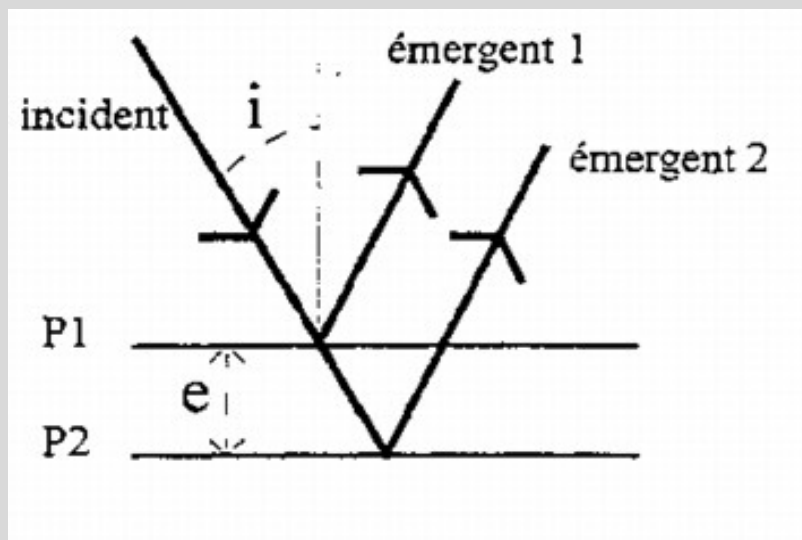
Le dispositif interférentiel sera modélisé par deux plans parallèles séparés par une épaisseur e . Les propriétés de ces deux plans sont caractérisées par les hypothèses suivantes :

* h_1 un rayon lumineux incident qui atteint le premier plan est dédoublé en deux rayons d'amplitudes égales, l'un est réfléchi suivant les lois de Descartes de la réflexion, l'autre est transmis sans déviation. Un rayon lumineux qui atteint le deuxième plan est réfléchi suivant les lois de Descartes puis traverse le premier plan sans déviation ni réflexion.

* h_2 les rayons se propagent dans l'air aussi bien entre les plans qu'en dehors. On prendra l'indice de l'air égal à 1.

* h_3 les réflexions se font sans aucun déphasage.

* h_4 les transmissions se font sans aucun déphasage.



1) On réalise l'interférence à l'infini des deux rayons émergents. Établir l'expression de la différence de marche entre les deux rayons en fonction de e et de l'angle d'incidence i .

2) On note p l'ordre d'interférence lorsque l'incidence i est nulle. Donner l'expression de l'intensité de la figure d'interférence (à une constante multiplicative près) en fonction de i et de p .

3) On suppose, dans cette question et les suivantes que l'angle d'incidence est suffisamment petit. Établir l'expression donnant les angles correspondant aux maxima d'intensité successifs.

On supposera que p est exactement un nombre entier.

On notera i_k l'incidence correspondant au $k^{\text{ième}}$ maximum (compté à partir de $i = 0$).

On exprimera i_k en fonction de k et de p .

Tracer de façon grossière l'intensité en fonction de i (on se limitera à quatre ou cinq maxima).

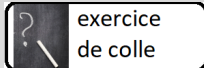
4) Donner l'expression de i_k si p n'est pas exactement un nombre entier.

(On notera : $p_0 =$ partie entière de p , et : $q = p - p_0$).

On exprimera i_k en fonction de k , de q et de p .

Préciser comment se déforme la courbe de l'intensité en fonction de i lorsque e augmente (on supposera que p est très grand devant 1).

5) Donner l'expression des angles i'_k correspondant aux minima successifs d'intensité.



exercice
de colle

Exercice 7.26

Franges mesurées par une barrette CCD

Un interféromètre de MICHELSON est éclairé avec une source à vapeur de sodium non diaphragmée que nous assimilerons à une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$. Les deux miroirs ont un diamètre de 20 mm. L'écran est parallèle à un des deux miroirs et situé à 1,25 m de ce miroir. La figure 1 est une photo de la répartition d'éclairement sur l'écran.

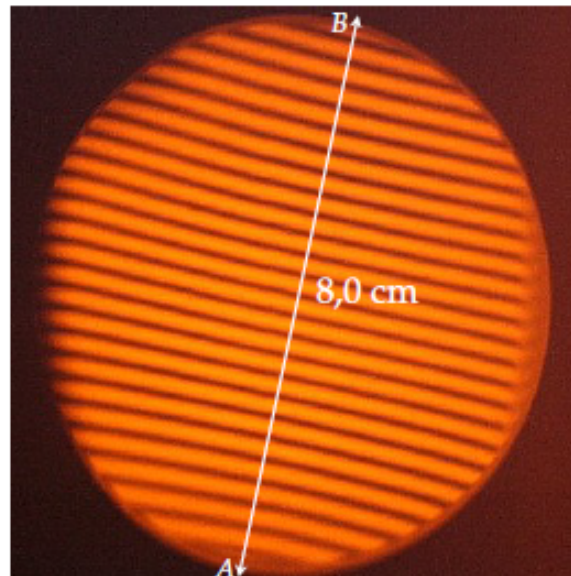


FIGURE 1 – Figure d'interférences

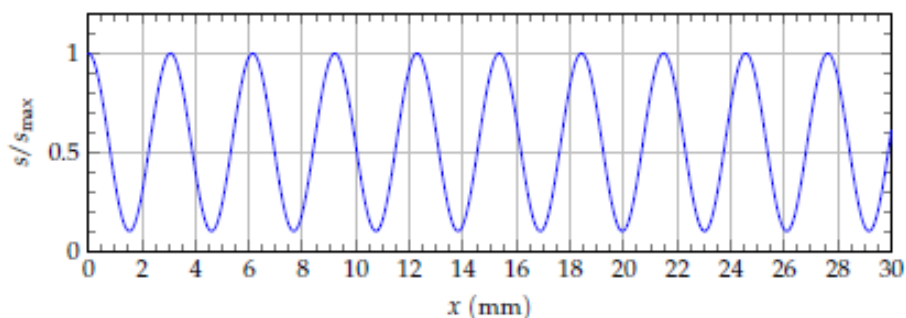
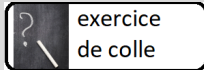


FIGURE 2 – Signal délivré par la barrette CCD

- 1) L'interféromètre est-il réglé en lame d'air ou en coin d'air ?
- 2) Quelle lentille est utilisée pour projeter les franges ? On précisera sa distance focale et sa position.
- 3) Une barrette CCD, formée de photosites (un photosite délivre un signal électrique proportionnel à la puissance reçue sur sa surface) carrés de côté a , est orientée dans la direction (AB) orthogonale au franges d'interférences. Alors que les conditions d'éclairage sont telles que le contraste de la figure d'interférences est de 100%, le signal délivré par la barrette CCD (figure 2) n'est pas nul pour les franges sombres.

3.a) Pour quelle valeur de a , le signal délivré par la barrette serait-il constant ?

3.b) Déduire la taille des photosites de l'enregistrement de la figure 2.



exercice
de colle

Exercice 7.27

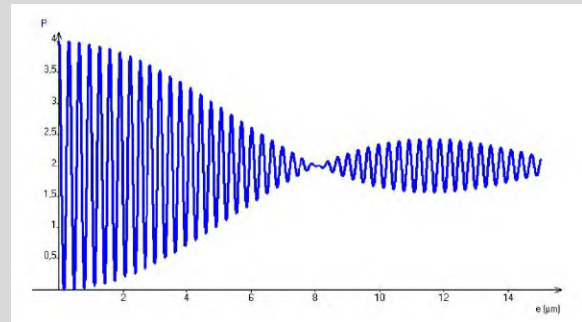
Effet de la taille d'un détecteur pour un interféromètre de Michelson

Un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air d'épaisseur e est éclairé par une source monochromatique étendue de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$. (L) est une lentille convergente de centre optique Ω de distance focale image $f' = 1,0 \text{ m}$ et de foyer image F' .

On positionne une photodiode qui est un petit disque de rayon R centré en F' placé perpendiculairement à l'axe optique.

Cette photodiode délivre un signal électrique proportionnel à la puissance lumineuse totale reçue par le disque (l'intensité lumineuse est une puissance surfacique).

Le graphe ci-contre représente la puissance lumineuse totale P reçue par la photodiode en fonction de e .

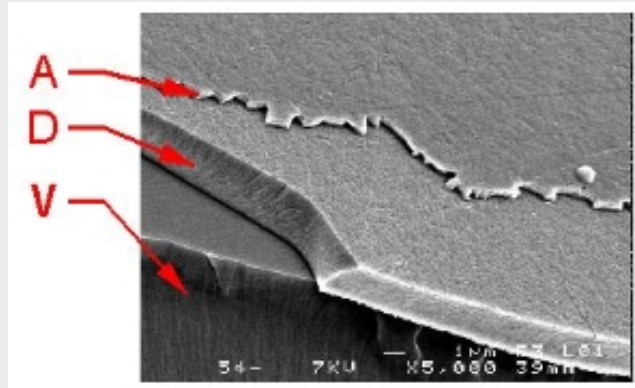


1) Exprimer l'intensité lumineuse au niveau du récepteur, $I(r)$. Sachant que la frange centrale est une frange lumineuse, exprimer le rayon de la première frange sombre.

2) Calculer la valeur du rayon R .



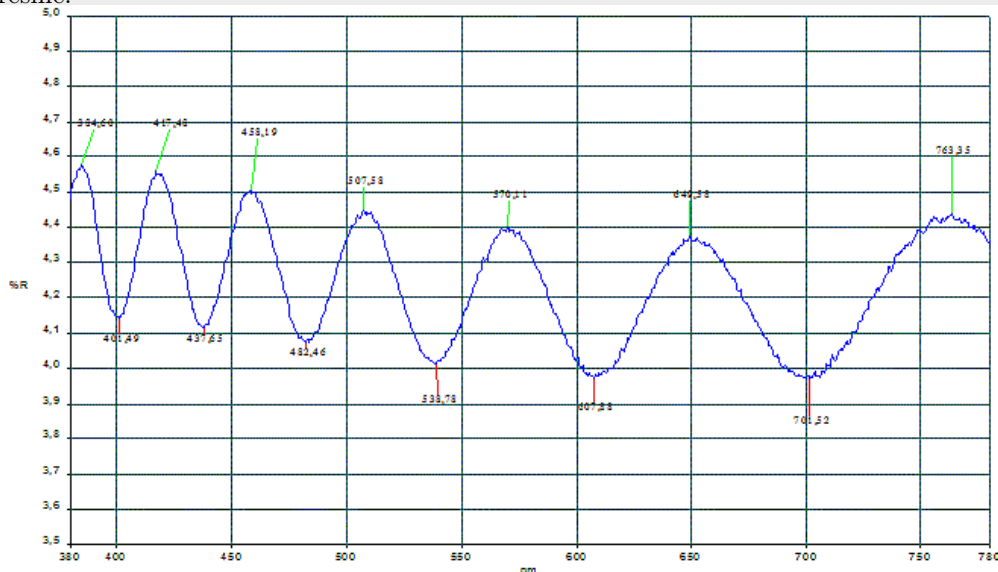
Exercice 7.28 Traitement anti-rayure



Aussi appelé traitement anti-rayures, le hard coating (scratch-resistant coating) est un traitement de surface des verres organiques, permettant d'augmenter leur résistance à la rayure. L'opération consiste à déposer sur les deux faces du verre, une fine couche de résine liquide (quelques microns d'épaisseur) que l'on durcit soit par cuisson dans un four (environ 105 à 120°C pendant 3 à 4h) soit sous une lampe ultraviolette. Une fois cuite cette résine, très résistante à la rayure, protège les surfaces.

L'image de droite montre les couches d'un traitement vues en coupe au microscope. On remarque que, sur le verre support (V), la couche du traitement durci (D) est nettement plus épaisse que celle de l'antireflet (A). Pour que la couche ait une bonne résistance à la rayure et éviter les risques de délamination dans le temps, la couche de résine doit avoir une épaisseur précise (qui dépend du type de résine) avec une précision autour de $\pm 0,2$ microns.

Pour mesurer l'épaisseur de la couche, on fait une mesure de réflexion au spectromètre, suivant la longueur d'onde (voir graphique ci-dessous). Les fluctuations sont dues à de légères interférences dans l'épaisseur de la couche de résine.



D'après http://www.dicoptic.izispot.com/traitement_durci_422.htm.

On veut déterminer l'épaisseur de couche e de la résine d'indice $n_r = 1,5$ grâce à la courbe précédente.

- 1) Relever les positions λ_k des minima ou des maxima de la courbe donnée.
- 2) Déterminer une relation donnant λ_k en fonction de e et n_r .
- 3) Écrire un programme python qui permette de déterminer e par un traitement des λ_k .